

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

Praktikum1...

Úloha č. 10

Název: Rychlost šíření zvuku

Pracoval: Jiří Kratochvíl

stud.sk.: 15

dne: 2.5.2010

Odevzdal dne:

Pracovní úkol:

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	0
Výsledky měření	0 - 8	6
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	17

Posuzoval: *v. J. Kratochvíl*

dne: *10/5/2010*

Teorie

1. Metoda Kundtovy trubice

Teorie:

Rychlost šíření zvukových vln se spočítá dle vztahu

$$(1) \quad c = \lambda f \quad \dots \text{Báve' zvukov' kso't čísla rovnice}$$

c - rychlost zvuku, λ - vlnová délka, f - frekvence AB z rovnice!

Při stojatém vlnění se vytvoří uzly a kmitny, přičemž vzdálenost dvou uzlů je rovna polovině vlnové délky. Když nastavíme aparaturu do rezonance, v kmitných tlaku se korkový prášek nepohne a v uzlech tlaku je nejzřetelněji rozmetán. Kmitny a uzly tlaku jsou o čtvrtvlnu posunuty od kmiten a uzlů rychlosti. Na koncích trubice se tedy vytvoří uzly tlaků a kmitny rychlosti. Vzdálenost od dvou míst s nerozmetaným práškem je délka půlvlny. Vlnová délka se spočítá dle vztahu

$$(2) \quad \lambda_2 = \frac{2l_2}{n}$$

l₂ - délka Kundtovy trubice při rezonanci, λ₂ - vlnová délka ve vzduchu, n - počet půlvln.

Tyč upevněná uprostřed je schopna vydávat pouze rezonanční frekvence. Délka zvukové vlny první rezonanční frekvence v tyči je

$$(3) \quad \lambda_1 = 2l$$

l - délka tyče a λ₁ - vlnová délka v tyči

Akustická vlna šířící se dvěma prostředími si zachovává svůj kmitočet, tj.

$$(4) \quad c_1 = \frac{c_2 \lambda_1}{\lambda_2}$$

c₁ - rychlost zvuku v tyči, c₂ - rychlost zvuku ve vzduchu

Rychlost zvuku ve vzduchu buď změříme nebo se podíváme do tabulek nebo uijeme vztahů

$$(5) \quad c = (331,82 + 0,61 \cdot t) \text{ m.s}^{-1}$$

$$(6) \quad c = [344,36 + 0,63(t - 20^\circ\text{C})] \text{ m.s}^{-1}$$

t - teplota vzduchu (5) pro 20°C a (6) pro 50% vlhkost

Modul pružnosti tyče určíme dle vztahu

$$(7) \quad E = c_t^2 \rho$$

ρ - hustota tyče, E - modul pružnosti v tahu tyče

Hodnotu ρ určíme z tabulek.

Pomůcky:

Kundtova trubice (na jednom konci uzavřená skleněná trubice), korkový prášek, mosazná tyč opatřená korkovou zátkou (která má menší poloměr než trubice), úchyty na trubici a tyč, kalafuna, tlustý plastový hadr, pásově měřidlo.

Aparatura:

Tyč se zátkou je vsunuta do Kundtovy trubice tak, aby se korková zátko nedotýkala stěn trubice, tyč je upevněna ve středu, posunutím trubice lze docílit rezonance. V trubici je nasypán korkový prášek. Po rozechvění mosazné tyče v oblasti rezonance prášek vytvoří obrazec.

Postup měření:

Změřil jsem délku tyče, upevnil jsem ji do středu, nastavil jsem si Kundtovu trubici do určité vzdálenosti a rozechvěl jsem pomocí kalafunou posypaného hadříku mosaznou tyč, při určité vzdálenosti pístu od konce trubice nastala rezonance, změřil jsem vzdálenost pístu od uzavřeného konce trubice a počet půlvln, které byly vytvořeny při rezonanci.

↳ MĚLO BY BÝT UVEDENO AŽ V ČÁSTI VÝSLEDKŮ PŮLVLN

2. Metoda uzavřeného rezonátoru

Teorie:

A. metoda fixní frekvence:

Rychlosti šíření zvuku vypočítám vztahem

$$(8) \quad c = 2(l_1 - l_2)f$$

(l₁ - l₂) - rozdíl délek rezonátoru při nejbližších dvou rezonancích, f - frekvence, c - rychlost zvuku

B. metoda s proměnou frekvencí:

Vlnovou délku vypočítám vztahem

$$(9) \quad \lambda_k = \frac{2l}{k}$$

λ_k - vlnová délka, k - počet půlvln v rezonátoru, l - délka rezonátoru

λ_k dosadím do rovnice (1) tím zjistím frekvenci, rychlost zvuku poté zjistím dle vztahu

$$(10) \quad c = \frac{2l f_k}{k}$$

f_k - frekvence, c je buď c_v - rychlost zvuku ve vzduchu nebo c_c - rychlost zvuku v CO_2

Poissonovu konstantu CO_2 vypočítáme dle vztahu

$$(11) \quad \kappa = \frac{c_c^2 \mu}{RT}$$

μ - molekulová hmotnost plynu, R - molární plynová konstanta, T - termodynamická teplota

Pomůcky a aparatura:

Trubice nastavitelné délky opatřená stupnicí, uzavřená reproduktorem s nastavitelnou frekvencí a mikrofonem napojeným na ampérmetr, s uzavíratelnými přívody pro výměnu plynu.

Postup měření:

A. metoda fixní frekvence: Nastavil jsem trubici do maximální délky, poté jsem nastavil rezonanční frekvenci, v našem případě 2208 Hz. Poté jsem zmenšoval délku trubice, až jsem dostal nižší rezonanční frekvenci, což jsem poznal maximální výchylkou ampérmetru. To jsem opakoval ještě jednou, tzn. do doby, než jsem se dostal na minimální délku trubice.

B. metoda s proměnnou frekvencí: Nastavil jsem trubici do fixní známé délky, v mém případě 80 cm, do reproduktoru jsem pouštěl frekvence postupně od nuly do 10 rezonanční frekvence a tyto frekvence zapisoval. Rezonanční frekvenci jsem určil podle maximální výchylky ampérmetru.

VIZ. VÝŠE

Výsledky měření

Statistické zpracování:

Chyby počítány metodou přenosu chyb dle vzorce $\sigma = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 (\sigma_i)^2}$, chyba statistická a chyba

měřidla sečtena ve čtverci. Lineární regrese v programu gnuplot, asymptotická chyba sečtena ve čtverci s chybou měření, kterou jsem získal váženým průměrem jednotlivých chyb měření s váhou, která je rovna odchylce závislé proměnné na druhou. Chyby jsou pravděpodobné, výsledná hodnota leží v intervalu σ , tj. s 68% pravděpodobností. Veličiny v tabulkách jsou počítány odpovídajícími vzorci v oddíle teorie.

Podmínky měření:

Tabulka č. 1: Podmínky měření

veličina	hodnota
$t [^\circ C]$	25,6
$\varphi [\%]$	29,8
$p [hPa]$	997,8

t - teplota v laboratoři
 φ - vlhkost vzduchu
 p - tlak
 } OJHAY PŘESNOSTI?

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.

ZDE BY MĚL BÝT POPISAN PŮSTUP MĚŘENÍ

Tabulka č. 2: Měřené veličiny - ČEHO? POPISEK VEVI, ÚPLNĚ - VYODNEJŠÍ NAPŘ. V MĚŘENÝCH VELIČINÁCH PRO MĚŘENÍ V. TRUBICÍ.

veličina	hodnota	σ
$l_1 [cm]$	150,85	0,1
$l_2 [cm]$	76,4	2
n	5	0

l_1 - délka tyče,
 l_2 - délka Kundtovy trubice při rezonanční frekvenci,
 n - počet půlvln při rezonanci

Tabulka č. 3: Konstanty - OPĚT: ČEHO?

veličina	hodnota	σ
$\rho [kg \cdot m^{-3}]$	8550	150

ρ_m - hustota mědi

→ ČYVBI CITACE ZMĚNE!

Tabulka č.4: Vypočítané veličiny - *opč!*

	hodnota	σ
λ_1 [cm]	301,7	0,2
λ_2 [cm]	30,56	0,8
c_1 [m.s ⁻²]	3406	90
E_m [GPa]	99,2	5,5

λ_1 - vlnová délka v tyči

λ_2 - vlnová délka ve vzduchu

c_1 - rychlost zvuku v tyči

E_m - modul pružnosti v tahu měděné tyče

Zpracování dat: Všechny hodnoty v tabulce č.1 jsem měřil 3x. Do chyby l_2 je zahrnuta jak chyba měřidla, tak chyba přesnosti rezonanční frekvence. Jako rychlost zvuku ve vzduchu jsem použil výslednou hodnotu spočtenou v další části úlohy.

Výsledky:

Rychlost šíření zvuku v mosazné tyči byla $c_1 = (3,406 \pm 0,090) \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$

Modul pružnosti $E_m = (9,92 \pm 0,55) \cdot 10^{10} \text{ Pa}$

2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru.

Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.

A. metoda fixní délky

Tabulka č.5: Rezonanční frekvence - fixní délka

Rez	f_v [Hz]	f_c [Hz]
1	1	213
2	2	436
3	3	650
4	4	868
5	5	1079
6	6	1296
7	7	1514
8	8	1728
9	9	1938
10	10	2160

f_v - frekvence ve vzduchu

f_c - frekvence v oxidu uhličitém

$\sigma_f = 1 \text{ Hz}$

Tabulka č.6: Měřené veličiny

veličina	hodnota	σ
l [cm]	80	0,1

l - fixní délka rezonátoru

Tabulka č.7: Lineární regrese vzduch

	hodnota	odchylka
a [s ⁻¹]	215,65	0,62
b	2,13	2,10
c_v [m.s ⁻²]	345,0	1,1

a, b - koeficienty lineární regrese s předpisem $y=ax+b$
 c_v - rychlost zvuku ve vzduchu

Tabulka č.8: Lineární regrese vzduch

	hodnota	odchylka
a [s ⁻¹]	167,67	0,41
b	0,00	2,25
c_c [m.s ⁻²]	268,3	0,7

DE DA ASI BUDE CO2!

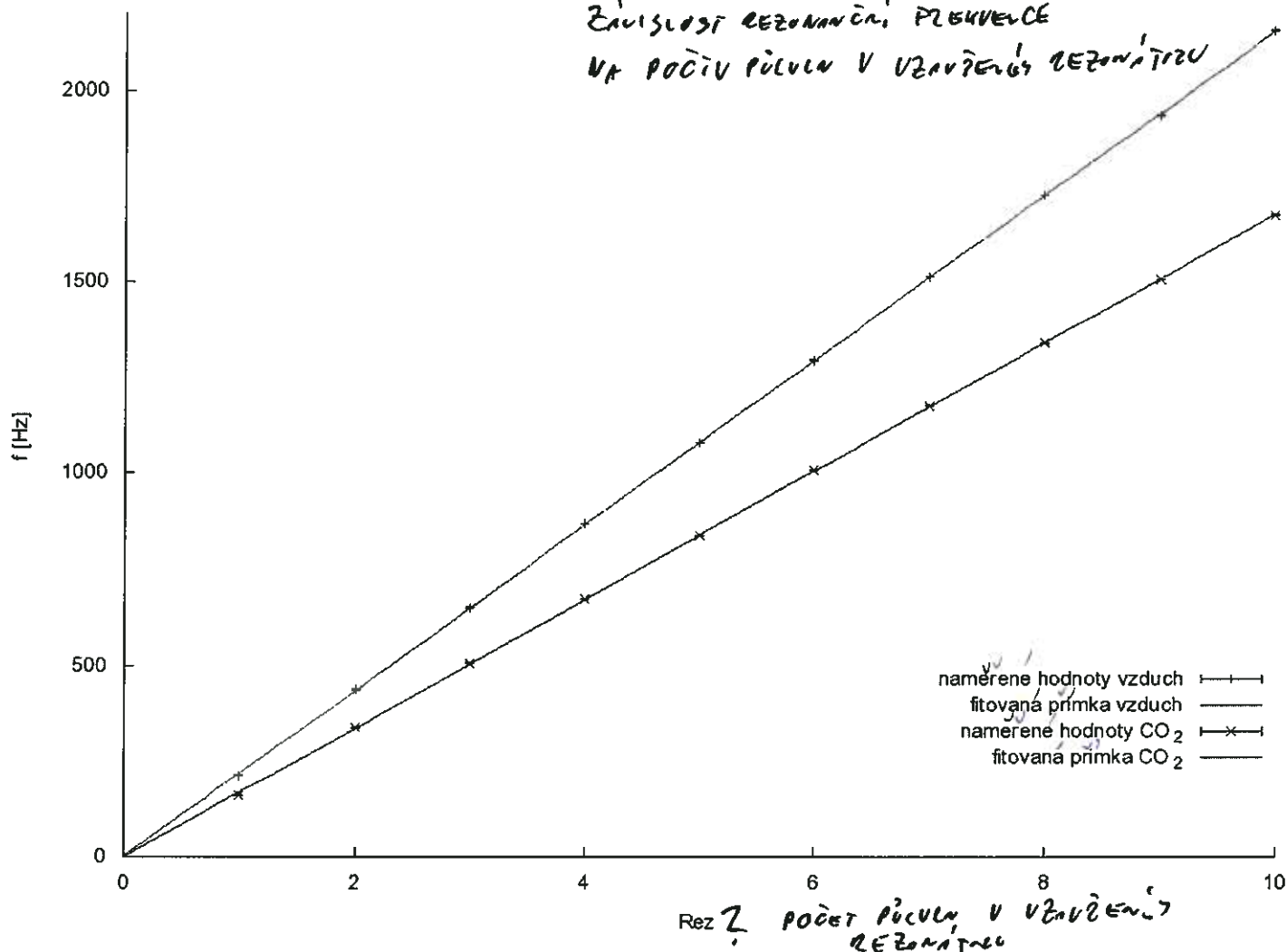
a, b - koeficienty lineární regrese s předpisem $y=ax+b$
 c_c - rychlost zvuku v CO₂

POZV. AŽ MOC STUČNĚ, ČYČI, ALESPŮV ZÁKLADNÍ POPIS POSTUPU MĚŘENÍ A KONTROLNĚ VÝSLEDKŮ.

POZV. POPISY TABULEK JSOU NĚKDEJŠÍMI!

Graf č. 1: Zavislost frekvence na rezonanci ?

ZAVISLOST REZONANČNÍ FREKVENCE
NA POČTU PŮLVLN V VZRUŠENÝM REZONÁTORU



Poznámky k měření:

Alespoň 3x jsem ověřil hodnotu rezonanční frekvence, statistická chyba těchto měření byla nulová. U CO₂ jsem naměřil velice slabou rezonanci 1008Hz a daleko silnější 1066Hz, což bylo způsobeno zřejmě vlastní frekvencí reproduktoru.

Výsledky:

Rychlost šíření zvuku ve vzduchu byla $c_v = (3,450 \pm 0,011) \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$

Rychlost šíření zvuku ve kyslíčnicku uhličitém byla $c_c = (2,683 \pm 0,007) \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$

A. metoda fixní frekvence

Tabulka č.9: fixní frekvence

	L [cm]
1	86
2	78,15
3	70,32

L - délka rezonátoru

$\sigma_L = 0,05 \text{ cm}$

Tabulka č.10: Měřené veličiny

veličina	hodnota	σ
f [Hz]	2208	1

f - fixní frekvence

Tabulka č.11: Vypočítané veličiny

	hodnota	σ
λ [cm]	15,68	0,11
c_v [m.s ⁻²]	346,2	2,4

λ - vlnová délka v rezonátoru o frekvenci 2208 Hz

c_v - rychlost zvuku ve vzduchu

Poznámky k měření:

Alespoň 3x jsem ověřil délku trubice při rezonanční frekvenci, statistická chyba těchto měření byla nulová.

Výsledky:

Rychlost šíření zvuku ve vzduchu byla $c_v = (3,462 \pm 0,024) \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$

3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku

Tabulka č.12: Konstanty

veličina	hodnota	σ
$t[^\circ\text{C}]$	25,6	2
$R[\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}]$	8,314	0,001
$\alpha_o[\text{g}]$	16	0,1
$\alpha_c[\text{g}]$	12	0,1
$\mu[\text{g}]$	44	0,02

t - teplota v laboratoři
 R - molární plynová konstanta
 α_o - molární hmotnost kyslíku
 α_c - molární hmotnost uhlíku
 μ - molární hmotnost CO_2

Tabulka č.13:

Poissonova konstanta κ

κ	σ
1,275	0,011

Poznámky k měření:

Chyba teploty je tak vysoká díky tomu, že se mohla kdykoli změnit teplota v laboratoři. \checkmark .

Výsledky:

Poissonova konstanta oxidu uhličitého byla $\kappa = (1,275 \pm 0,011)$

Diskuse

Rychlost zvuku v tyči $c_1 = (3,406 \pm 0,090) \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ mne nepřekvapila, logicky je řádově vyšší nežli ve vzduchu, což je dáno tím, že mosaz je kovová pevná látka. Modul pružnosti v tahu mosazné tyče $E_m = (9,92 \pm 0,55) \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ se shoduje s tabelovanými hodnotami $5,5 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ až $1,25 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ pro slitiny mědi [2] a s hodnotou, kterou jsem změřil v předchozím praktiku pro mosaz $E_{\text{mosazi}} = (1,040 \pm 0,027) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ metodou prohýbání trámku. U tohoto měření mne překvapila přesnost měření modulu pružnosti, tj. 5,5%, tj. měření modulu pružnosti metodou Kundtovy trubice je řádově stejně přesné jako měření modulu pružnosti přímou metodou, tj. průhybem trámku. - *To je skvělá práce!*

Rychlost zvuku ve vzduchu měřena metodou proměnné frekvence $c_v = (3,450 \pm 0,011) \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ se shoduje v rámci odchylek s hodnotou měřenou metodou fixní frekvence $c_1 = (3,462 \pm 0,024) \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ tak dobrá shoda s malými odchylkami je dána jednak velice přesnou metodou a tím, že měření bylo provedeno na stejné aparatuře. Obě hodnoty se shodují s tabelovanými hodnotami tj. $346 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ při 20°C [4]. S hodnotami vypočítanými dle vztahů (5) (6) popořadě $347,44 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $347,89 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ se shoduje pouze metoda fixní frekvence, ale tyto výpočty jsou velice přibližné, neboť rychlost zvuku závisí na teplotě i vlhkosti vzduchu a tyto dvě podmínky nejsou v těchto vztazích zahrnuty současně.

Rychlost zvuku v oxidu uhličitém $c_c = (2,683 \pm 0,007) \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ se neshoduje v rámci odchylky, ale je velmi blízko tabelované hodnotě $259 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ [4]. Z toho, že je naměřená hodnota vyšší, můžeme usuzovat, že oxid uhličitý nebyl čistý, ale trochu smíchan se vzduchem.

Z grafu č.1 je zřetelně poznat, že závislost je lineární. Z téměř nulového koeficientu b můžu s velkou pravděpodobností usuzovat, že jsem se při měření nedopustil systematické chyby, nebo že se tyto systematické chyby navzájem vyloučily. Z malých odchylek koeficientů a je vidět, že tato metoda je velmi přesná.

Poissonova konstanta oxidu uhličitého $\kappa = (1,275 \pm 0,011)$ se téměř shoduje s tabelovanou hodnotou $\kappa = 1,292$ při 20°C [2], tento rozdíl je způsoben rozdílem teplot u tabelované hodnoty 20°C a u měřené hodnoty 25°C . Pokud dosadím do mých výpočtů hodnotu 20°C , dostanu $\kappa = (1,299 \pm 0,011)$, což přesně odpovídá tabelované hodnotě.

Závěr

1. Určil jsem rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice $c_1 = (3,406 \pm 0,090) \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Z naměřené rychlosti zvuku jsem stanovil modul pružnosti v tahu E materiálu tyče $E_m = (9,92 \pm 0,55) \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.

2. Změřil jsem rychlost zvuku ve vzduchu $c_v = (3,450 \pm 0,011) \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a v oxidu uhličitém $c_c = (2,683 \pm 0,007) \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření jsem zpracoval metodou lineární regrese a graficky znázornil - viz Graf č.1.

3. Vypočítal jsem Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku $\kappa = (1,275 \pm 0,011)$.

Použitá literatura

[1] Studijní materiál ze stránek praktik matematicko-fyzikální fakulty

<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>

[2] J.Mikulčák a kol., **Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce**, Prometheus, 2003

[3] Brož, J. a kol., **Základy fyzikálních měření I**, SPN, Praha 1983

[4] Wikipedia <http://en.wikipedia.org>

Gravitační ~~150,85~~ ~~150,85~~

^{vzduch} O₂ 207,1873 Hz
CO₂ 167,25 Hz

16,4 dlehu kovu 5 pruhů

	Vlaha [Hz]	Pr	CO ₂ [Hz]
1. mes	213	80	167
2. mes	438	80	337
3. mes	650	80	507
4. mes	868	80	677
5. mes	1079	80	837
6. mes	1296	80	1008
7. mes	1514		1176
8. mes	1728		1344
9. mes	1938		1507
10. mes	2160		1675

f [Hz]	[cm]
2 208	78,75
	86,0
	79,32

25,6 °C
29,8 % vlaha
997,8 Pa

~~150,85~~

Matematicko-fyzikální fakulta KU
Fyzikální praktikum I.

28/4/2010

Boh: 5

O. Tyl

2010-04-04