

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## Praktikum 2

Úloha č. 19

Název: **Měření torzním magnetometrem**

Pracoval: **Jiří Kratochvíl** stud.sk.: 11 dne: **21.10.2010**

Odevzdal dne: .....

*dobře připravený graf a text*

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	1
Výsledky měření	0 - 8	7
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
<b>Celkem</b>	max. 20	19

Posuzoval: *litavina* .....

dne: *2. 11. 2010* .....

## Pracovní úkol

1. Změřte závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívku. Měření proveďte pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10). Maximální povolený proud obvodem je 4 A.
2. Výsledky měření znázorněte graficky.
3. Diskutujte výsledky měření z hlediska platnosti Biot-Savartova zákona.
4. Změřte směrný moment vlákna metodou torzních kmitů.
5. Určete magnetický moment magnetu užívaného při měření (v Coulombových i Ampérových jednotkách).

## 1 Teoretická část

### 1.1 Statistické zpracování

Chyby nepřímého měření sčítány metodou přenosu chyb dle vzorce

$$\sigma = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 (\sigma_i)^2} \quad (s1)$$

$\sigma$  - výsledná chyba měření,  $f$  - fyzikální vztah,  $x_i$  - jednotlivé veličiny ze vztahu  $f$ ,  
 $\sigma_i$  - chyby jednotlivých veličin ze vztahu  $f$

Chyba statistická a chyba měřidla sečtena vzorcem

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_m^2 + \sigma_s^2)} \quad (s2)$$

$\sigma$  - výsledná chyba měření,  $\sigma_m$  - chyba měřidla,  $\sigma_s$  - statistická chyba

Chyba aritmetického průměru počítána dle vztahu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - x)^2}{n^2}} \quad (s3)$$

$\sigma$  - výsledná chyba měření,  $x_i$  - hodnota jednotlivých měření,  $x$  - průměrná hodnota,  
 $n$  - počet měření

[2]

Regrese počítána v programu gnuplot, asymptotická chyba sečtena ve čtverci s chybou měření.

### 1.2 Torzní magnetometr

Torzní magnetometr je v podstatě kruhová cívka generující ve svém středu téměř homogenní magnetické pole, v jejímž středu je připevněn zkoumaný předmět v držáku, který spojuje dvě natažené struny. Tyto dvě struny leží v jedné přímce, tak, aby jeho indukční čáry směřovaly kolmo na indukční čáry generované cívku.

Pokud vložíme magnetický dipól do homogenního magnetického pole bude na něj působit silový moment

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{H}$$

$\mathbf{M}$  - silový moment,  $\mathbf{p}$  - magnetický moment dipólu,  $\mathbf{H}$  - intenzita magnetického pole

V našem případě se jedná o malé výchylky od kolmé polohy obou vektorů jak  $\mathbf{p}$  tak  $\mathbf{H}$ , vztah se redukuje na

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} H$$

$\mathbf{M}$  - silový moment,  $\mathbf{p}$  - magnetický moment dipólu,  $\mathbf{H}$  - intenzita magnetického pole

Náš magnetický moment dipólu generuje permanentní magnet. Pokud natočíme magnet o úhel  $\alpha$  tak ho bude táhnout zpět směrem silový moment pro který platí vztah

$$\mathbf{M}_d = \mathbf{D} \alpha$$

$\mathbf{M}$  - směrový silový moment,  $\mathbf{D}$  - směrový moment,  $\alpha$  - úhel zkroutení drátu

Má-li být magnet v rovnovážné poloze, musí se  $\mathbf{M}$  rovnat  $\mathbf{M}_d$ , pro magnetickou intenzitu tedy platí vztah

$$H = \frac{\alpha D}{p} \quad (0)$$

$\mathbf{H}$  - intenzita magnetického pole,  $\mathbf{D}$  - směrový moment,  $\alpha$  - úhel zkroutení drátu,  $\mathbf{p}$  - magnetický moment dipólu

Biot-Savartův zákon nám dává následující vztah pro magnetické pole kruhové cívky

$$H = \frac{N I}{2 r}$$

$\mathbf{H}$  - intenzita magnetického pole,  $N$  - počet závitů cívky,  $\mathbf{I}$  - proud procházející cívku,  $r$  - poloměr cívky

Ze dvou předcházejících vztahů dostaneme vztah pro závislost úhlové výchylky  $\alpha$  na proudu  $\mathbf{I}$ .

$$\alpha = \frac{N p I}{2 r D} \quad (1)$$

$N$  - počet závitů cívky,  $\mathbf{p}$  - magnetický moment dipólu,  $r$  - poloměr cívky,  $\mathbf{I}$  - proud procházející cívku,  $\alpha$  - úhel zkroutení drátu

Směrový moment drátu získáme pomocí metody kmitů. Připevníme tyč o známém momentu setrvačnosti ve vodorovné poloze tak aby její střed procházel spojnicí mezi oběma strunami a tyč rozkmitáme. Pak pro periodu bude platit vztah

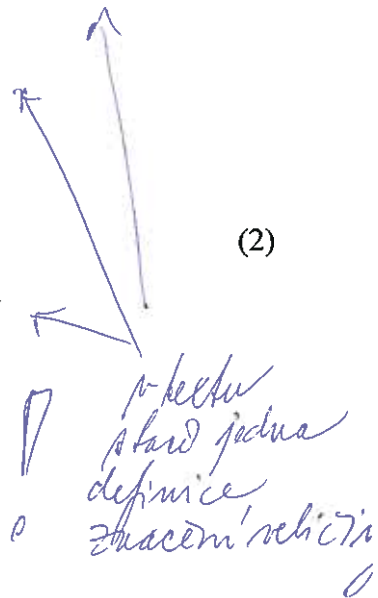
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$$

$T$  - perioda,  $J$  - moment setrvačnosti,  $\mathbf{D}$  - směrový moment

Když vyjádříme směrový moment, tak dostaneme

$$D = \frac{4\pi^2 J}{T^2} \quad (2)$$

$T$  - perioda,  $J$  - moment setrvačnosti,  $\mathbf{D}$  - směrový moment



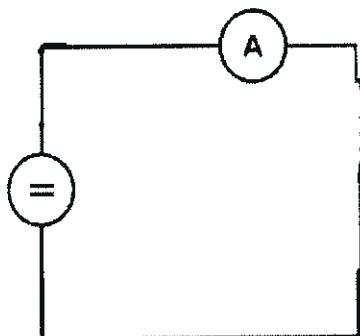
Úhel budeme měřit pomocí zrcátka, které připevníme ke struně u magnetometru, světelný zdroj umístíme ve stejné rovině jako pravítka na které se bude odrážet světelná stopa ze zdroje světla. Pro tuto geometrii platí vztah pro výchylku  $\alpha$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{y}{L} \quad (3)$$

$\alpha$  - úhel zkroucení drátu,  $L$  - vzdálenost pravítka a zdroje světla od zrcátka,  
 $y$  - naměřená výchylka na pravítku

Obvod zapojení cívky v magnetometru..

**Zapojení č.1**



[1]

## 2 Výsledky měření

### 2.1 Podmínky měření

Místo měření: Praha

### 2.2 Pomůcky a měřicí přístroje

- Torzní magnetometr, 2 cívky
- Ampérmetr třída přesnosti 0,2
- Zdroj stejnosměrného napětí
- Zrcátko
- Zdroj úzkého paprsku
- Pravítka
- Pásově měřidlo

### 2.3 Změřte závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Měření proveďte pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10). Maximální povolený proud obvodem je 4 A.

Zapojili jsme elektrický obvod dle **zapojení č.1**. Měli jsme k dispozici dvě cívky, poloměr menší cívky byl  $r_m = (10,00 \pm 0,15) \text{ cm}$  a poloměr větší cívky  $r_v = (20,00 \pm 0,25) \text{ cm}$ . Tyto cívky měly nastavitelný počet závitů buď  $N_1 = (5,00 \pm 0,01)$  nebo  $N_2 = (10,00 \pm 0,01)$ . Vzdálenost zrcátka od pravítka byla  $L = (132 \pm 1) \text{ cm}$ .

Naměřené výchylky  $y$  a z těchto hodnot vypočítané úhly natočení  $\alpha$  dle vzorce (3) jsou zapsány v **tabulce č.1**.

*jal jste přišel na přesnost  
 pro závitů?  
 o.k. v diskusi*

**Tabulka č.1**

*I* - proud procházející cívkou,  $\alpha$  - úhel zkroucení drátu, *y* - naměřená výchylka na pravítku

	malá cívka 10 závitů			malá cívka 5 závitů			velká cívka 10 závitů			velká cívka 5 závitů		
I [A]	y [cm]	$\alpha$ [rad]	$\sigma_\alpha$ [rad]	y [cm]	$\alpha$ [rad]	$\sigma_\alpha$ [rad]	y [cm]	$\alpha$ [rad]	$\sigma_\alpha$ [rad]	y [cm]	$\alpha$ [rad]	$\sigma_\alpha$ [rad]
0	0	0,0000	0,0015	0	0,0000	0,0015	0	0,0000	0,0015	0	0,0000	0,0015
0,5	4,4	0,0166	0,0015	1,9	0,0072	0,0015	2,3	0,0087	0,0015	1,2	0,0045	0,0015
1	8,7	0,0328	0,0015	4,1	0,0155	0,0015	4,5	0,0170	0,0015	2,3	0,0087	0,0015
1,5	13	0,0489	0,0016	6,3	0,0238	0,0015	6,8	0,0256	0,0015	3,5	0,0132	0,0015
2	17,5	0,0657	0,0016	8,5	0,0320	0,0015	9	0,0339	0,0015	4,6	0,0174	0,0015
2,5	21,8	0,0815	0,0016	10,7	0,0403	0,0015	11,3	0,0425	0,0015	5,6	0,0211	0,0015
3	26,2	0,0976	0,0017	12,7	0,0478	0,0016	13,4	0,0504	0,0016	6,7	0,0253	0,0015
3,5	30,6	0,1135	0,0017	15	0,0564	0,0016	15,6	0,0586	0,0016	7,9	0,0298	0,0015
4	35	0,1291	0,0018	17	0,0638	0,0016	17,8	0,07	0,0016	9,1	0,0343	0,0015

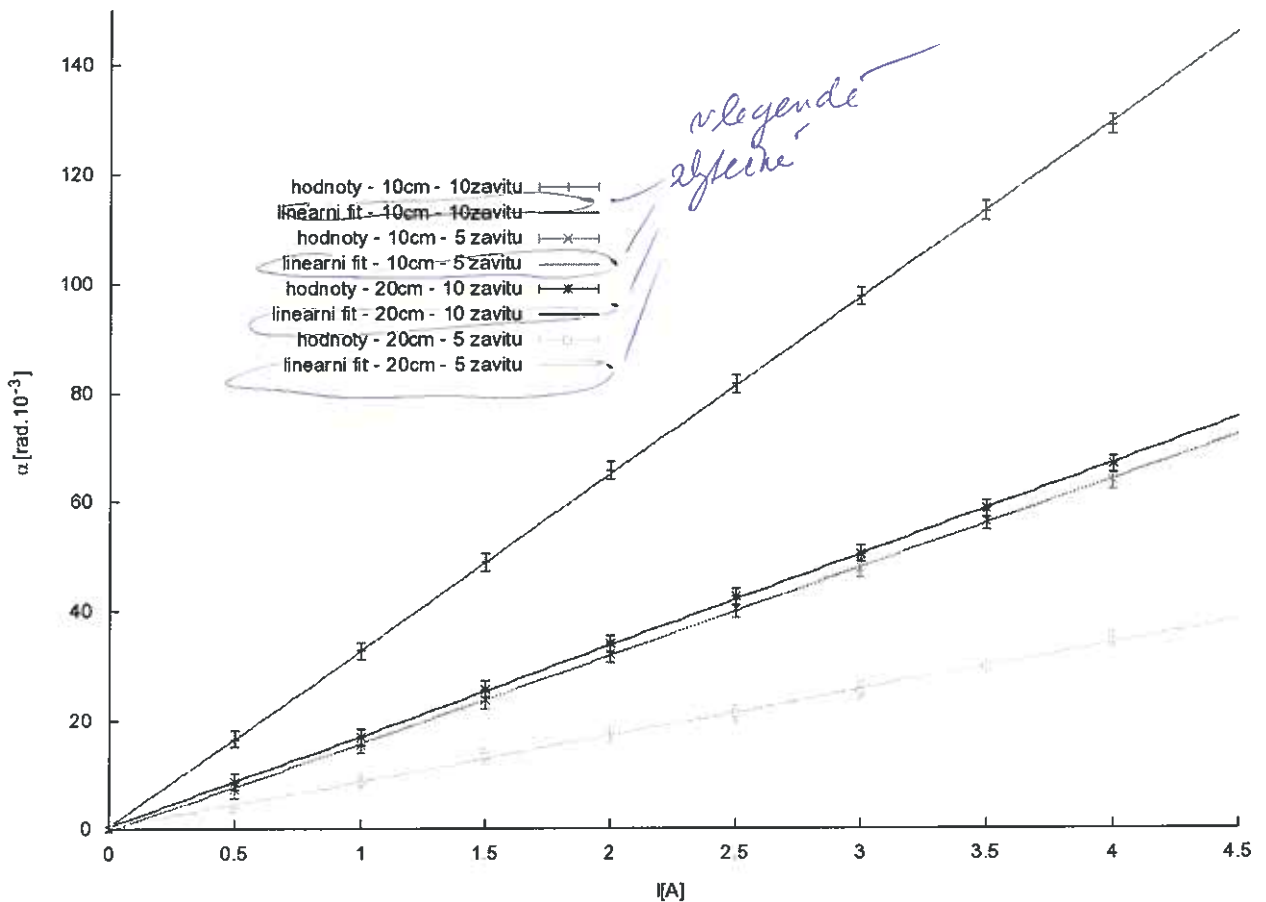
$\sigma(I) = 0,05 \text{ A}$  - chyba měření proudu  
 $\sigma(y) = 0,05 \text{ A}$  - chyba měření výchylky

*0,2*  
*rozteč? 7,1*  
*±0,015 A*

**2.4 Výsledky měření znázorněte graficky**

Výsledky měření jsou zobrazeny v **grafu č.1**.

Graf c.1 - Zavislost uhlove vychylky na proudu



Předpisy přímk v *grafu č.1* jsou:

Pro cívku o poloměru 10cm a 10závitech:  $y = (32.3 \pm 0.1) x + (0.4 \pm 0.3)$

Pro cívku o poloměru 10cm a 5závitech:  $y = (16.1 \pm 0.1) x + (-0.4 \pm 0.3)$

Pro cívku o poloměru 20cm a 10závitech:  $y = (16.69 \pm 0.08) x + (0.3 \pm 0.2)$

Pro cívku o poloměru 20cm a 5závitech:  $y = (8.47 \pm 0.07) x + (0.2 \pm 0.2)$

Lineárním fitem jsme získali veličinu  $(N p)/(2 r D)$  ze vzorce (1) což je konstanta  $a / 1000$  v předpisu přímky  $y = ax + b$ .

## 2.5 Změřte direkční moment vlákna metodou torzních kmitů

Přiřevnili jsme tyč o známém momentu setrvačnosti  $J = (2,72 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$  vodorovně tak aby střed tyče ležel na přímkce která vede podél drátu. Poté jsme změřili periodu kmitu. Změřili jsme čas 10 kmitů a vydělili počtem kmitů. Výsledky jsou v *tabulce č.2*.

**Tabulka č.2**

*t* - naměřený čas za 10 kmitů, *T* - perioda

t[s]	T[s]
40,4	4,04
40,2	4,02
40,3	4,03
40,4	4,04
40,3	4,03

$\sigma(t) = 0,3s$  - chyba měření času

$\sigma(T) = 0,3s$  - chyba měření periody

Aritmetickým průměrem hodnot *T* jsme získali hodnotu pro periodu  $\bar{T} = (4.03 \pm 0,04)s$ . Tuto periodu jsme dosadili spolu s momentem setrvačnosti tyče do vztahu (2). Tím jsme získali direkční moment magnetometru  $D = (6,61 \pm 0,13) \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ .

## 2.6 Určete magnetický moment magnetu užívaného při měření (v Coulombových i Ampérových jednotkách)

Nyní máme všechny proměnné v rovnici (1) a tudíž můžeme spočítat moment magnetického dipólu. Nyní dosadíme do výrazu  $(N p)/(2 r D)$ , který je roven koeficientu *a* v lineárním fitu. Výsledky magnetického momentu jsou pro jednotlivé cívky:

Pro cívku o poloměru 10cm a 10závitech:  $(4,27 \pm 0,11) \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

Pro cívku o poloměru 10cm a 5závitech:  $(4,26 \pm 0,11) \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

Pro cívku o poloměru 20cm a 10závitech:  $(4,41 \pm 0,11) \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

Pro cívku o poloměru 20cm a 5závitech:  $(4,48 \pm 0,11) \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

Aritmetickým průměre těchto hodnot dostaneme magnetický moment magnetu:

$p_C = (4,35 \pm 0,14) \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$  v Coulombových jednotkách

Konverzi do Ampérových jednotek provedu dle vzorce  $p_A = p_C / \mu_0$ , kde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

$p_A = (0,346 \pm 0,011) \text{ A.m}^2$  v Ampérových jednotkách.

Dosazení do vzorce  $t (N p)/(2 r D)$  předpokládá to, že je magnetka kolmo na magnetické pole. My jsme měli cívku nastavenou v rovině osy magnetu s přesností zhruba 5°, což nám dává chybu v magnetickém momentu 9%, kterou musíme připočíst k výsledku magnetického momentu.

tj. dostáváme konečné výsledky

$p_C = (4,35 \pm 0,29) \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

$p_A = (0,346 \pm 0,023) \text{ A.m}^2$

### 3. Diskuse

#### **3.1 Změřte závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Měření proveďte pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10). Maximální povolený proud obvodem je 4 A.**

Chyby počtu závitů jsou dány přívodními vodiči k cívce, jsou v řádu 0,2% takže tuto chybu můžeme zanedbat. Chyba poloměru cívek je takto velká, jelikož byly cívky zohýbané vzal jsem tedy střední hodnotu poloměru a 68%, rozdílů tj. jednu směrodatnou odchylku jsem vzal jako chybu.

Chyba vzdálenosti  $L$  byla takto velká díky skloněnému pravítku a tím horší manipulaci s metrem a také díky rozdílné výšce zdroje světla a pravítka. Na chybu proudu měla daleko větší vliv nepřesnost dílku na stupnici, nežli třída přesnosti. Proto jsem vzal jako odchylku jeden dílek na stupnici.

Další zanedbání byla: střed magnetu a struna byly ve stejné přímce s přesností  $\pm 0,5$  mm.. Posunutí cívky dopředu před vlákno  $+0,6$  cm. Chyba vystředování magnetu doprostřed cívky horizontální i vertikální poloha  $\pm 0,5$  cm.

Posunutí cívky před drát se projeví chybou v magnetické intenzitě  $-0,9\%$ . Nevycentrování magnetu uprostřed cívky mělo vliv asi 0,5% na magnetickou intenzitu odhadneme z Biot-Savartova zákona. Toto jsou malé chyby a můžeme je zanedbat.

Nemůžeme ale zanedbat chybu natočení cívky vůči magnetu  $\pm 5^\circ$  při vypnutém proudu. Natočení cívky vůči magnetu se projeví chybou přibližně 6% na momentu sil v otáčení magnetu jelikož  $\sin 5^\circ = 0,09$  a jelikož směrodatná odchylka má velikost zhruba 68% absolutní chyby. Tuto chybu jsme započítali až ke konečnému výsledku magnetického momentu, kvůli tomu, že kolmost pole magnetu a cívky využíváme až ve vztahu (1).

#### **3.2 ~~2.2~~ Výsledky měření znázorněte graficky**

Lineární závislost (1) se potvrdila. Fitované přímky dokonce prochází všemi errorbary. Relativní chyba lineárního koeficientu je ve všech případech menší než 1% což nám dává velice přesný fit.

#### **3.3 Změřte direkční moment vlákna metodou torzních kmitů**

Jako chybu měření času jsem vzal reakční dobu člověka tzn. 0,3s. Střed tyče o známém momentu setrvačnosti ležel na spojnici mezi oběma strunami s přesností  $\pm 0,5$  mm, to jsme při dané délce tyče cca 10cm zanedbali. Na chybě direkčního momentu se projevila jen chyba měření času díky druhé mocnině periody ve vzorci (2).

#### **3.4 ~~2.4~~ Určete magnetický moment magnetu užívaného při měření (v Coulombových i Ampérových jednotkách)**

Největší dopad na chybu magnetického momentu měly odchylky direkčního momentu  $D$  a poloměry cívek  $r$ . Ale započítal jsem i chybu koeficientů  $a$  z lineární regrese, která byla zhruba 2x menší. Magnetický moment magnetu nám vyšel  $p_c = (4,35 \pm 0,14) \text{ kg.m}^3.\text{s}^2.\text{A}^{-1}$  v Coulombových jednotkách tento výsledek vyšel s přesností  $\pm 3,2\%$ . Ampér pokládal permeabilitu vakua rovnou jedné, čemuž odpovídá náš výsledek  $p_A = (0,346 \pm 0,011) \text{ A.m}^2$  v Ampérových jednotkách.

#### **3.5 ~~2.5~~ Diskutujte výsledky měření z hlediska platnosti Biot-Savartova zákona.**

Závislosti v *grafu č.1* jsou lineární, navíc si všimneme, že křivky pro malou cívku 5 závitů a pro velkou cívku 10 závitů se téměř překrývají, hodnoty se překrývají v rámci chyby. Což značí stejně velké magnetické pole uprostřed obou cívek. To potvrzuje vztah (0) jenž je odvozen z Biot-Savartova zákona a tímto se tento zákon částečně potvrzuje.

Malé posunutí těchto dvou přímek je dáno nejspíše jiným natočením cívek vůči ose

magnetu.

## 4. Závěr

1. Změřili jsme závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Měření jsme provedli pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10). Naměřené hodnoty jsou v *tabulce č.1*.  
Závislosti úhlové výchylky na proudu jsou:  
Pro cívku o poloměru 10cm a 10závitech:  $\alpha = (32.3 \pm 0.1) I + (0.4 \pm 0.3)$   
Pro cívku o poloměru 10cm a 5závitech:  $\alpha = (16.1 \pm 0.1) I + (-0.4 \pm 0.3)$   
Pro cívku o poloměru 20cm a 10závitech:  $\alpha = (16.69 \pm 0.08) I + (0.3 \pm 0.2)$   
Pro cívku o poloměru 20cm a 5závitech:  $\alpha = (8.47 \pm 0.07) I + (0.2 \pm 0.2)$
2. Závislosti úhlové výchylky na proudu a naměřené hodnoty v *tabulce č.1* jsme znázornili graficky v *grafu č.1*.
3. Diskutovali jsme výsledky měření z hlediska platnosti Biot-Savartova zákona v odstavci 3.4.
4. Změřili jsme direkční moment vlákna  $D = (6,61 \pm 0,13) \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ .
5. Určili jsme magnetický moment magnetu užívaného při měření v Coulombových jednotkách:  $p_C = (4,35 \pm 0,29) \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$  a Ampérových jednotkách  $p_A = (0,346 \pm 0,023) \text{ A} \cdot \text{m}^2$

## 5. Seznam použité literatury

- [1] R. Bakule, J. Šternberk, **Fyzikální praktikum II**, mff uk  
[2] Brož, J. a kol., **Základy fyzikálních měření I**, SPN, Praha 1983



	$A_{10 \text{ km}} [m]$
1	40,35
2	40,22
3	40,25
4	40,37
5	40,28

CIVKA VELEKA

CIVKA MALA

VZDALENOST BELATKA

$n_1 = (40,35 \pm 0,5) \text{ cm}$

$n_2 = (20 \pm 0,3) \text{ cm}$

~~ANANAS~~ ~~2 kg~~

$L = 132,5 \pm 0,8 \text{ m}$

~~ANANAS~~



~~ANANAS~~

CHYBA STREŠEV  
TLOE 40 mm  
ZANESBA NO

ZAVINUTY MAGNITU  
 $\pm 0,5 \text{ mm}$

CHYBA NATRČEM CIVKY  $\pm 5^\circ$

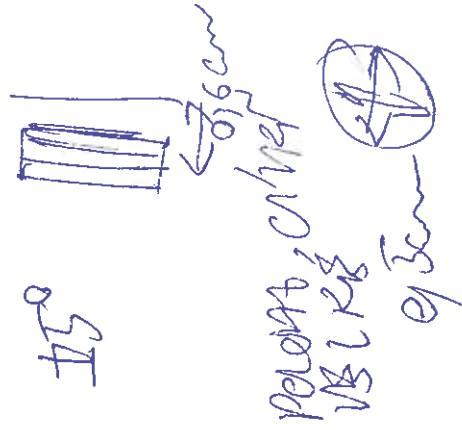
CHYBA POSUVUTY CIVKY  $- 0,6 \text{ mm}$

CHYBA POSUVUTY CIVKY  
MACIS  $\pm 0,1 \text{ cm}$

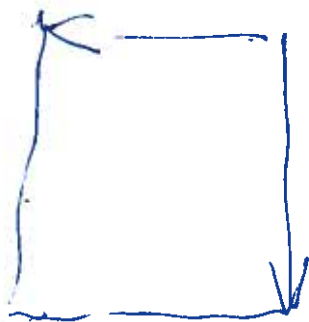
KONT JE



Metretecno: f...  
Zakazni: f...  
27.10.2010



PELOVA CIVKA  
VŠI KŮŽ  
ej 3cm



TEORIE:

$$\vec{M} = N \times \vec{H}$$

$$\mu = \frac{\pi}{2} \mu_0$$

$$M = N H \sin \varphi$$

APROX

$$M = N H$$

$$M_0 = D \alpha$$

$$H = \frac{NI}{2R}$$

2 DGET SAMARNA

$$H = \frac{NI}{R}$$

$$\alpha = \frac{NM}{2ND} I$$

$$I = \frac{2ND}{NM} \alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{ arc tan } \frac{1}{2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$$

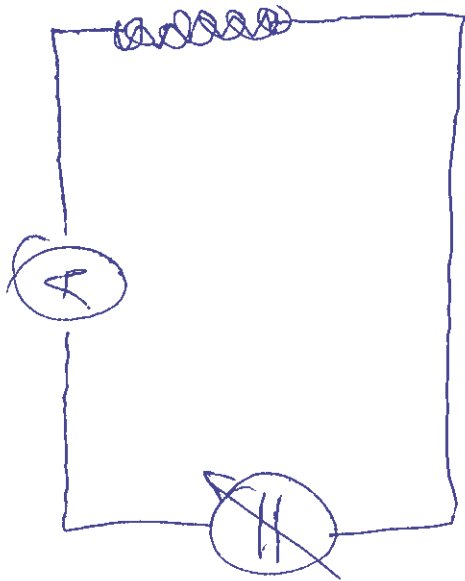
$$D = \frac{4\pi^2 J}{T^2}$$

$$J = \frac{1}{12} \text{ mm}^2$$

$$\text{per } 1 \text{ kg} = 2,72 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$I = 0,4 \text{ A}$$

$$n = 0,5 \text{ A}$$



<del>VLKA</del> CIVA 102	<del>VLKA</del> CIVA 52	<del>VLKA</del> CIVA 124/128	<del>VLKA</del> CIVA 52
I[A]	I[A]	I[A]	I[A]
$\eta$ [cm]	$\eta$ [cm]	$\eta$ [cm]	$\eta$ [cm]
4	4	4	4
3,5	3,5	3,5	3,5
3	3	3	3
2,5	2,5	2,5	2,5
2	2	2	2
1,5	1,5	1,5	1,5
1	1	1	1
0,5	0,5	0,5	0,5
0	0	0	0

$\pm 4$  mm  
SUDM VTI MA 857

TK1 DA PŘESNOSTI ANIPRESNOSTI 0,2  
 $\pm$  mělo kont. 0,05 A

~~0,05~~ ← -9,9

89.11.15  
AVV.6.65