

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

Praktikum III

Úloha č. 19

Název: Jaminův interferometr

Pracoval: Jiří Kratochvíl stud.sk.:15 dne: 10.3

Odevzdal dne: 15.4.2011.....

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	0,5
Výsledky měření	0 - 8	2,5
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	19

Posuzoval: T. OŠTĀRNICKÝ.....

dne: 28.5.2011.....

Pracovní úkol:

1. Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$.
2. Závislost $n(p)$ zpracujte graficky. Vyneste také závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$.
Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresi.
3. Porovnáním tabelovaného $n_{15,p0}$ a změřeného $n_{t,p0}$ stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

1 Teorie

1.1 Statistické zpracování

Chyby nepřímého měření sčítány metodou přenosu chyb dle vzorce

$$\sigma = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 (\sigma_i)^2} \quad (s1)$$

σ - výsledná chyba měření, f - fyzikální vztah, x_i - jednotlivé veličiny ze vztahu f ,
 σ_i - chyby jednotlivých veličin ze vztahu f

Chyba statistická a chyba měřidla sečtena vzorcem

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_m^2 + \sigma_s^2)} \quad (s2)$$

σ - výsledná chyba měření, σ_m - chyba měřidla, σ_s - statistická chyba

Chyba aritmetického průměru počítána dle vztahu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - x)^2}{n^2}} \quad (s3)$$

σ - výsledná chyba měření, x_i - hodnota jednotlivých měření, x - průměrná hodnota,
 n - počet měření

Teorii chyb jsme čerpali z [1]

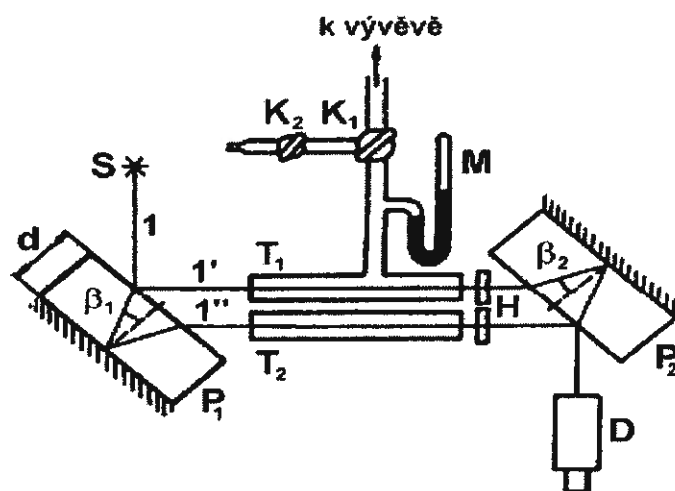
Regrese počítána v programu gnuplot, asymptotická chyba fitu sečtena ve čtverci s chybou měření.

Značení: Pokud není u hodnoty uvedena chyba, je chyba brána jako číslo jedna na posledním desetinném čísle hodnoty.

1.2 Jaminův interferometr

Schéma Jaminova interferometru je zobrazeno na **obrázku č.1**.

Obrázek č.1: Jaminův interferometr



Interferometr je složen ze dvou planoparalelních desek P_1 a P_2 . Tyto skla jsou vybaveny odraznou vrstvou na zadní stěně. Mezi těmito skly jsou dvě trubice T_1 a T_2 kam je napouštěn zkoumaný plyn a referenční plyn. Trubice T_1 je připojena k vývěvě a manometru M . Monochromatickým světelným zdrojem S svítíme na desku P_1 a po odrazech a lomech na deskách a průchodech kyvetami T_1 a T_2 se na interferující svazek díváme dalekohledem D , kde vidíme proužky stejného sklonu. H je Jaminův kompenzátor sloužící k posunu proužků v dalekohledu. V našem uspořádání je zkoumaný a referenční plyn vzduch.

Pokud bude v kyvetách plyn o stejném indexu lomu, tak paprsek, který je vyzařován světelným zdrojem S se rozdělí na dva paprsky na rozhraní vzduchu a desky P_1 . Paprsek I'' se dle zákona lomu zlomí pod úhlem β_1 a následně odrazí a poté opět zlomí tak, aby byl rovnoběžný s paprskem I' , tím paprsek I'' získá určitý dráhový rozdíl. Po dopadu obou paprsků na desku P_2 paprsek I' načte jiný dráhový rozdíl. Výsledný dráhový rozdíl obou paprsků způsobený deskami bude

$$\delta_0 = 2n_d d (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$$

kde n_d je index lomu desek, d je tloušťka desek.

Pokud budeme mít v kyvetě T_1 o délce l plyn o indexu lomu n_1 a v kyvetě T_2 plyn o indexu lomu n_0 bude dráhový rozdíl roven

$$\delta_1 = l(n_1 - n_0) + \delta_0$$

Pokud se změní index lomu v kyvetě T_1 na hodnotu n_2 bude dráhový rozdíl roven

$$\delta_2 = l(n_2 - n_0) + \delta_0$$

Celkový dráhový rozdíl bude

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = l(n_2 - n_1) \quad (1)$$

Pokud probíhá změna indexu lomu v kyvetě T_1 probíhá dostatečně pomalu a spojitě, můžeme dráhový rozdíl δ získat z počtu proužků k , které prošly nitkovým křížem dalekohledu.

$$\delta = k\lambda \quad (2)$$

Když známe index lomu n_1 získáme index lomu n_2 ze vztahů (1) a (2)

$$n_2 = n_1 + \frac{k\lambda}{l} \quad (3)$$

Když víme, že index lomu vakua je jedna můžeme napsat vztah (3) jako

$$n = 1 + \frac{k\lambda}{l} \quad (4)$$

kde n je index lomu při tlaku p .

Závislost indexu lomu na tlaku předpokládáme lineární

$$n = 1 + ap \quad (5)$$

Pro závislost vlnové délky na indexu lomu N platí

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{N} \quad (6)$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vakuu.

Teorii výše jsem čerpal z [2], následující vztah z [3].

Pro vlnovou délku $\lambda_0 = 589,3 \text{ nm}$ (závisí na ní index lomu) máme pro teplotu v závislosti na tlaku a indexu lomu vztah

$$t = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{(N(15, p_0) - 1)(1 + 15\gamma)p}{(N(t, p) - 1)p_0} - 1 \right) \quad (7)$$

kde $N(15, p_0)$ je index lomu při 15°C a std. atmosférického tlaku p_0 , γ je teplotní součinitel objemové roztažnosti.

$$N(15, p_0) = ?$$

$$p_0 = ?$$

$$\gamma = ?$$

2 Měření

2.1 Závislost indexu lomu na tlaku

Jako kvazimonochromatický zdroj světla S jsme použili sodíkovou výbojku o střední hodnotě vlnových délek sodíkového dubletu $\lambda_0 = 589,3\text{nm}$ [3]. Z kyvety jsme vyčerpali vzduch na co nejnižší tlak, kterého byla schopna olejová vývěva dosáhnout. Tento tlak budeme považovat za vakuum. Odpojili jsme vývěvu od kyvety (kohout K_1) a poté jsme připouštěli vzduch kohoutem K_2 , přičemž jsme počítali proužky. Takto jsme pokračovali až do vyrovnání tlaku v kyvetě atmosférickému, připouštěli jsme vzduch co nejpomaleji, aby nedocházelo k ohřívání vzduchu. Zapisovali jsme hodnotu tlaku vždy po deseti prouzcích. Tento postup jsme opakovali 6x, ale první měření nám vyšlo odchýlené, proto ho vyškrtáváme. Naměřené hodnoty jsou v **tabulce č.1**. Náš digitální manometr měl rozlišení 1hPa chybu proto bereme dvakrát menší $\pm 0,5\text{hPa}$. Chybu počítání **10 proužků** odhaduji na $\pm 0,5$. V lineární regresi bude tato chyba použita pro **223 proužků**, jelikož z linearity vztahu (5) se jedná o princip postupného měření.

Tabulka č.1: Naměřené hodnoty

k[proužků]	n	$\sigma(n)$	p_0 [kPa]	p_1 [kPa]	p_2 [kPa]	p_3 [kPa]	p_4 [kPa]	p_5 [kPa]
0	1,0000000	0,0000006	0	0	0	0	0	0
10	1,0000118	0,0000006	50	46	45	45	46	46
20	1,0000236	0,0000006	95	90	92	90	90	91
30	1,0000354	0,0000007	145	136	137	136	137	136
40	1,0000471	0,0000008	197	181	181	180	181	182
50	1,0000589	0,0000008	243	226	226	225	227	228
60	1,0000707	0,0000009	288	270	270	269	272	271
70	1,0000825	0,0000010	333	316	315	316	317	317
80	1,0000943	0,0000011	377	359	361	360	362	362
90	1,0001061	0,0000012	427	404	408	405	406	408
100	1,0001179	0,0000013	473	449	450	450	451	452
110	1,0001296	0,0000014	519	495	496	494	497	498
120	1,0001414	0,0000015	565	540	540	539	540	542
130	1,0001532	0,0000016	609	585	586	584	586	586
140	1,0001650	0,0000018	653	629	630	630	631	632
150	1,0001768	0,0000019	700	673	672	674	677	677
160	1,0001886	0,0000020	744	718	716	719	721	722
170	1,0002004	0,0000021	789	763	760	763	766	767
180	1,0002121	0,0000022	832	813	806	808	811	812
190	1,0002239	0,0000023	878	857	849	854	855	857
200	1,0002357	0,0000024	918	902	896	899	900	901
210	1,0002475	0,0000025	963	945	942	943	946	947
220	1,0002593	0,0000027	1004	991	994	989		
223	1,0002628	0,0000027		1004	1004	1004	1004	1004

Index lomu jsme spočítali dle vzorce (4), kde, délka kyvety je $l = (50 \pm 0,5)\text{cm}$.

Teplotu v místonosti jsme měřili se zavřenými a otevřenými dveřmi kóje, zařízení a člověk tuto místnost vyhřálo zhruba o 2° při zavřených dveřích viz **tab.č.2**. Vlhkost vzduchu byla stejná.

Tabulka č.2: Teplota a vlhkost

$t_{\text{otevřeno}} [^\circ\text{C}]$	$t_{\text{zavřeno}} [^\circ\text{C}]$	vlhkost [%]
25,3	27	34,8
25,4	27,1	33,5
25,5	27	33,6
	27	33,4
	27,3	
	27,3	

Teplota v místonosti při měření byla

$$t = (27,2 \pm 0,1)^\circ\text{C}$$

vlhkost vzduchu $(33,6 \pm 0,2)\%$. Teplota s otevřenými dveřmi kóje byla $t = (25,4 \pm 0,1)^\circ\text{C}$

Zkontrolovali jsme si, že se nepohybují proužky s nulovou změnou tlaku, při delším časovém úseku cca 5minut. teplota se přitom změnila o $0,3^\circ$. Tímto jsme ověřili, že jsou podmínky uvnitř květy stálé.

2.2 Grafické zpracování $n(p)$ a $\lambda(n)$

Lineární regrese pro vztah (5) je provedena v **Grafech č.1,2,3,4,5** postupně pro měření 1 až 5. Grafy jsou přiloženy na posledních listech. Lineární regrese nám dala následující směrnice

$$a_1 = (2,6218 \pm 0,0028) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

$$a_2 = (2,6246 \pm 0,0033) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

$$a_3 = (2,6227 \pm 0,0012) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

$$a_4 = (2,6147 \pm 0,0020) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

$$a_5 = (2,6136 \pm 0,0019) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

Je to všechno a proč?

2,630 0,005

Váženým aritmetickým průměrem dostaneme $a = (2,6299 \pm 0,0046) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$. K chybě fitu přičteme chybu měření dle závislosti (5), která činí (0,45%), dostaneme výsledek $a = (2,630 \pm 0,012) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$, který nám dává závislost indexu lomu na tlaku

$$N = 1 + p \cdot (2,630 \pm 0,012) \cdot 10^{-9}$$

Vynesli jsme do **grafu č.6** závislost vlnové délky na indexu lomu. Tuto závislost jsme proložili přímkou ($y = cx + d$) s parametry $c = (-588,67 \pm 0,66) \text{ nm}$, $d = (1177,97 \pm 0,66)$. Z toho vyplývá vztah pro změnu vlnové délky sodíkové výbojky:

$$\lambda_s = (-588,67 \pm 0,66) n + (1177,97 \pm 0,66) \text{ [nm]}$$

pro index lomu vzduchu o tlaku 0 až 101kPa.

2.2 Teplota laboratoře

Teplotu laboratoře získám dle vztahu (7), kam dosadíme $N(15, p_0) - 1 = 277,8 \cdot 10^{-6}$, $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$ a $\gamma = 0,003670 \text{ K}^{-1}$, $N(t, p_0)$ získám dosazením a a $p = 100,4 \text{ kPa}$ do (5) s výsledkem $N = (1,0002641 \pm 12)$. Tyto konstanty byly čerpány z [3].

Výslednou teplotu laboratoře určím dle vztahu (7)

$$A = (27,2 \pm 1,4)^\circ\text{C}$$

3 Diskuse

3.1 Závislosti $n(p)$ a $\lambda(n)$

Zdroje systematických chyb by mohly být

1. Různá vlnová délka světla. Ta se mění při různém tlaku o $\pm 0,15 \text{ nm}$, tato chyba tvoří 0,5% chyby koeficientu a , tudíž je tato chyba zanedbatelná. Šířka sodíkového dubletu je řádově větší tj. $0,60 \text{ nm}$ a chyby našich výsledků jsou v minimálním řádu 0,5% tato chyba nemůže mít vliv na náš výsledek. *Vážená vlnová délka & konstanty*

2. Chyba mezního tlaku olejové vývěvy. Víme, že olejová vývěva dokáže vyčerpat vzduch jen na tlak minimálně 50 Pa (kde fungovala měřka), ale vzhledem k linearitě vztahů (4) a (5) se tato

systematická chyba neprojeví na výsledku koeficientu a .

Chyby fitů závislostí jsou velmi malé, všechny errorbary se trefily do závislostí.

První měření jsme vyškrtli kvůli nepřesnosti měření o 3 proužky, to mohlo být díky rozdílu teplot: s otevřenými dveřmi, bylo v kóji 25° , když jsme zavřeli dveře ohřála se naše kóje na 27° . Druhá možnost by byla, že v kyvetě a vakuové aparatuře byla zkondenzovaná voda, či olejové páry, které se při druhém měření stačily odčerpat. Nebo jsme se jen přepočítali v prouzcích, což je méně pravděpodobné.

Tabulkovou hodnotu konstanty a spočítáme dle vztahu (7) ze kterého vyjádříme $(n(t,p) - 1)$ pomocí konstant z odstavce 2.2 a dosadíme námi změřenou teplotu laboratoře $27,2^\circ\text{C}$. Tuto hodnotu vydělíme naším atmosferickým tlakem a dostaneme $2,630 \cdot 10^{-9}$ což se shoduje, jelikož je to inverzní způsob ověření výsledků jako porovnání teplot.

3.2 Teplota v laboratoři

Teplota v laboratoři nám vyšla ~~$27,2 \pm 0,1$~~ $t = (27,2 \pm 0,1)^\circ\text{C}$, což se shoduje s teplotou naměřenou uvnitř laboratoře se zavřenými dveřmi $t = (27,2 \pm 0,1)^\circ\text{C}$. Tento shodný výsledek jsme nečekali. Teplota v kyvetě 1 by měla být o něco vyšší, jelikož do ní svítíme světlem, které jí ohřívá a napouštěním vzduchu do kyvety také ohříváme, neboť to není zcela adiabatický děj.

3.3 Vnější podmínky

Měření mohlo být oproti standardním podmínkám v [3] změněno: vlhkostí vzduchu, kterou jsme naměřili $(33,6 \pm 0,2)\%$, složením vzduchu a jiným tlakem. Náš manometr ukazoval atmosférický tlak 1004hPa.

4 Závěr

Změřili jsme závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$ hodnoty jsou zapsány v *tabulce č.1* a vyneseny do *grafu č.1 až 5*.

Vynesli jsme také závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$ v *grafu č.6*, tuto závislost jsme proložili přímkou $\lambda_s = (-588,67 \pm 0,66)n + (1177,97 \pm 0,66)[\text{nm}]$, ze které můžeme určit střední hodnotu vlnové délky sodíkového dubletu ve vzduchu 0 až 100kPa.

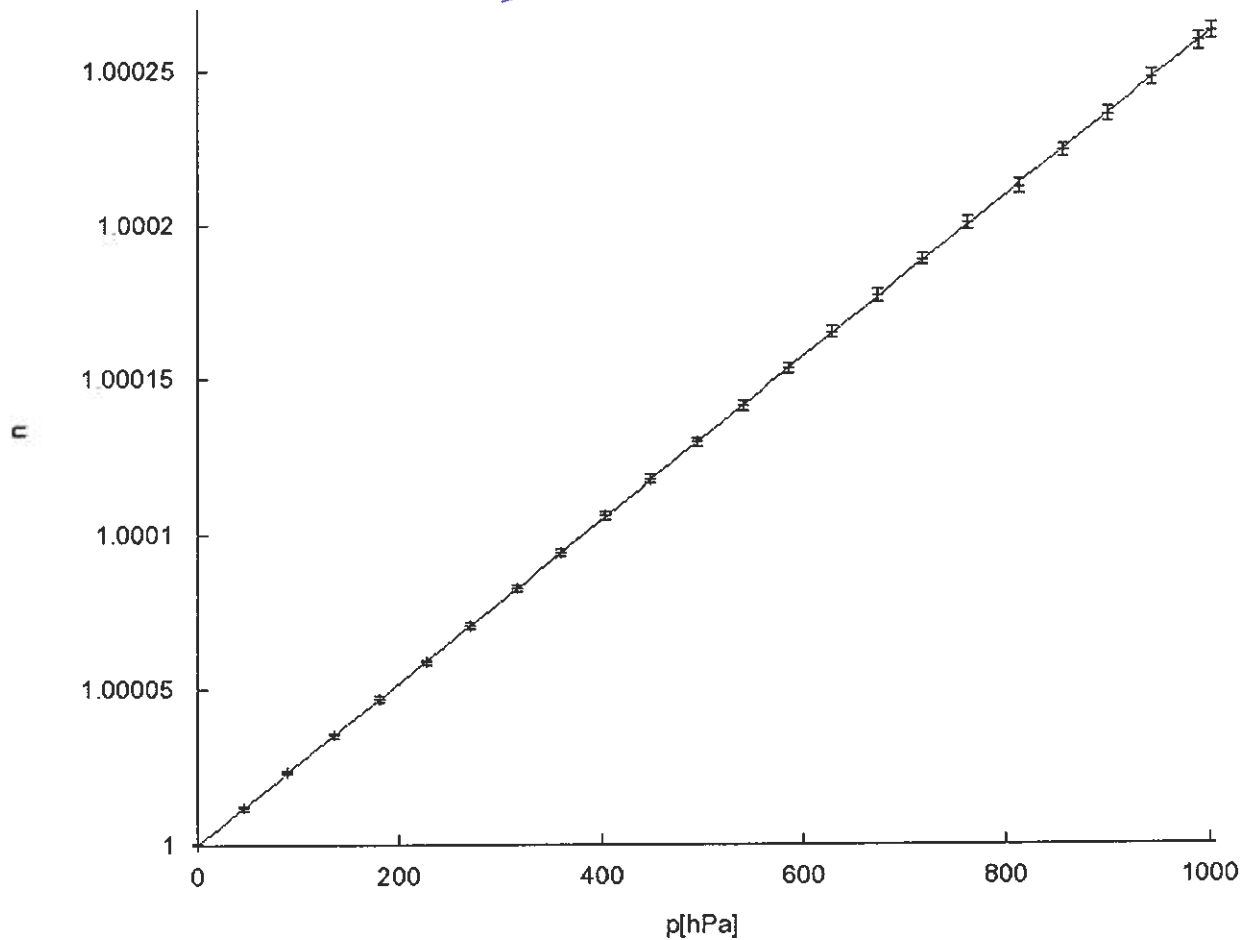
Provedli jsme lineární regresi závislosti $n(p)$ a tím jsme získali rovnici pro index lomu závislý na tlaku $N = 1 + p (2,630 \pm 0,012) \cdot 10^{-9}$

Porovnáním tabelovaného $n_{15,p0}$ a změřeného $n_{t,p0}$ jsme stanovili teplotu laboratoře ~~$27,2 \pm 0,1$~~ $t = (27,2 \pm 1,4)^\circ\text{C}$

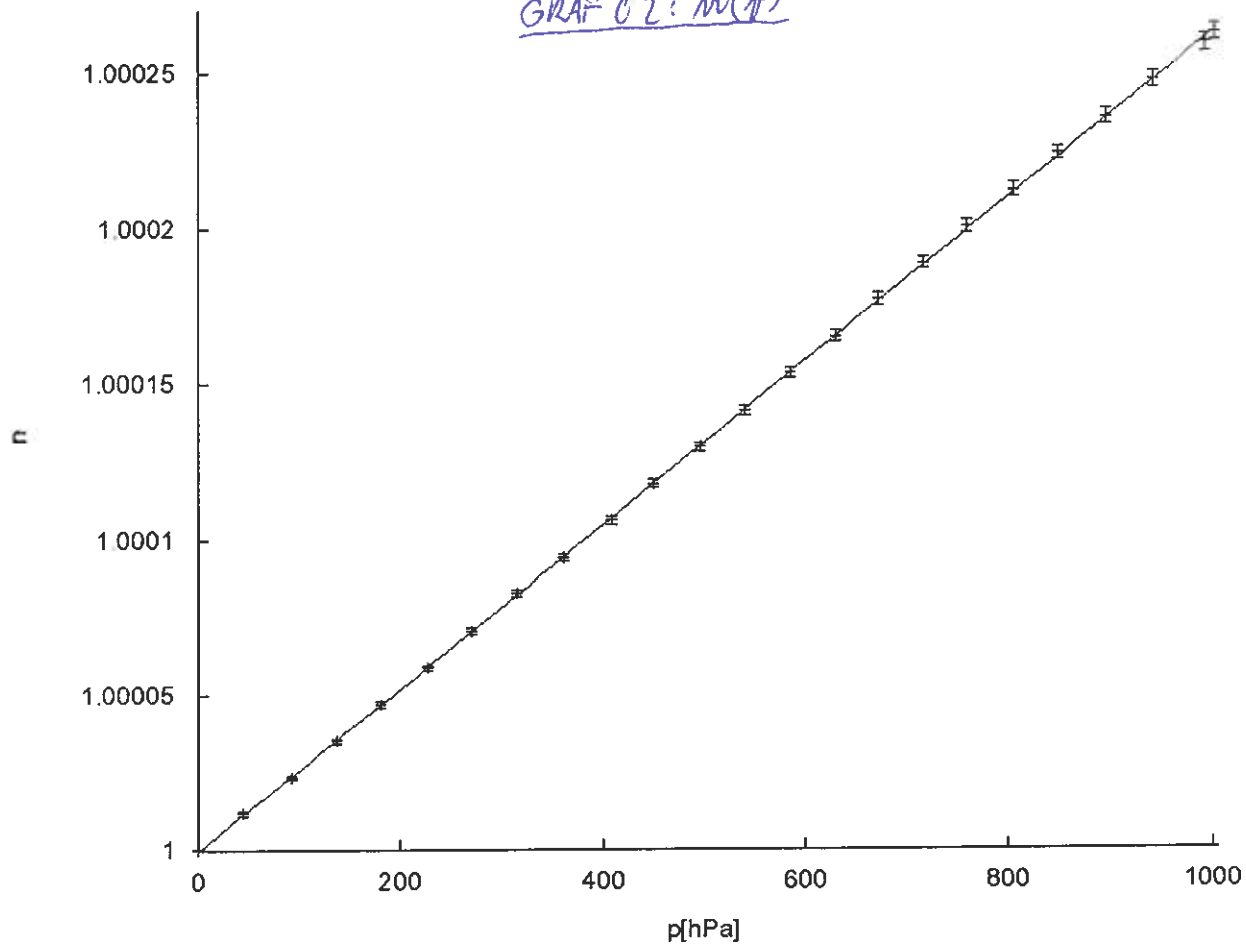
5 Literatura

- [1] Brož, J. a kol., *Základy fyzikálních měření I*, SPN, Praha 1983
- [2] <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>, Studijní texty k Fyzikálnímu praktiku
- [3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: *Fyzikální a matematické tabulky*, SNTL, Praha, 1980

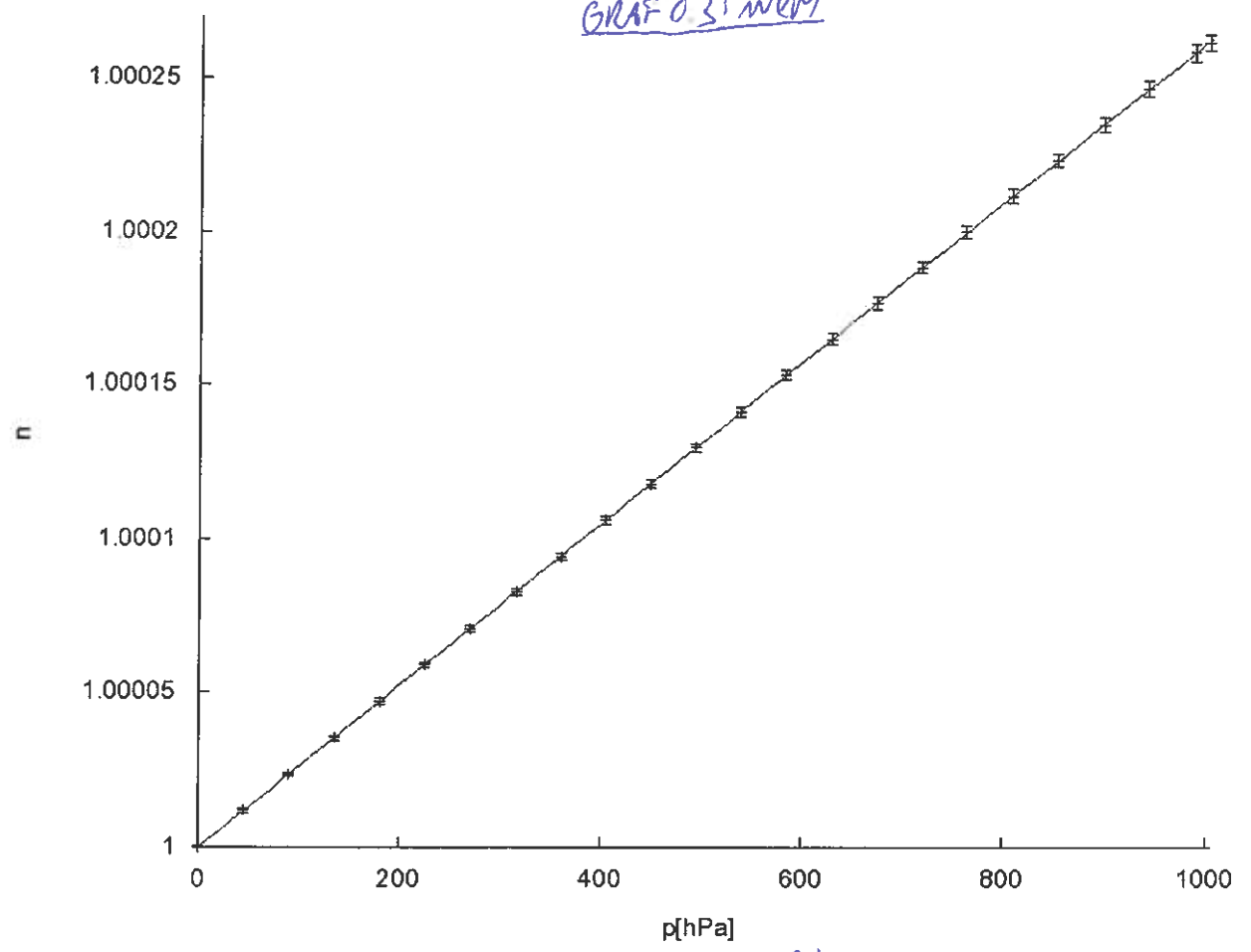
GRAF C.1: $n(p)$



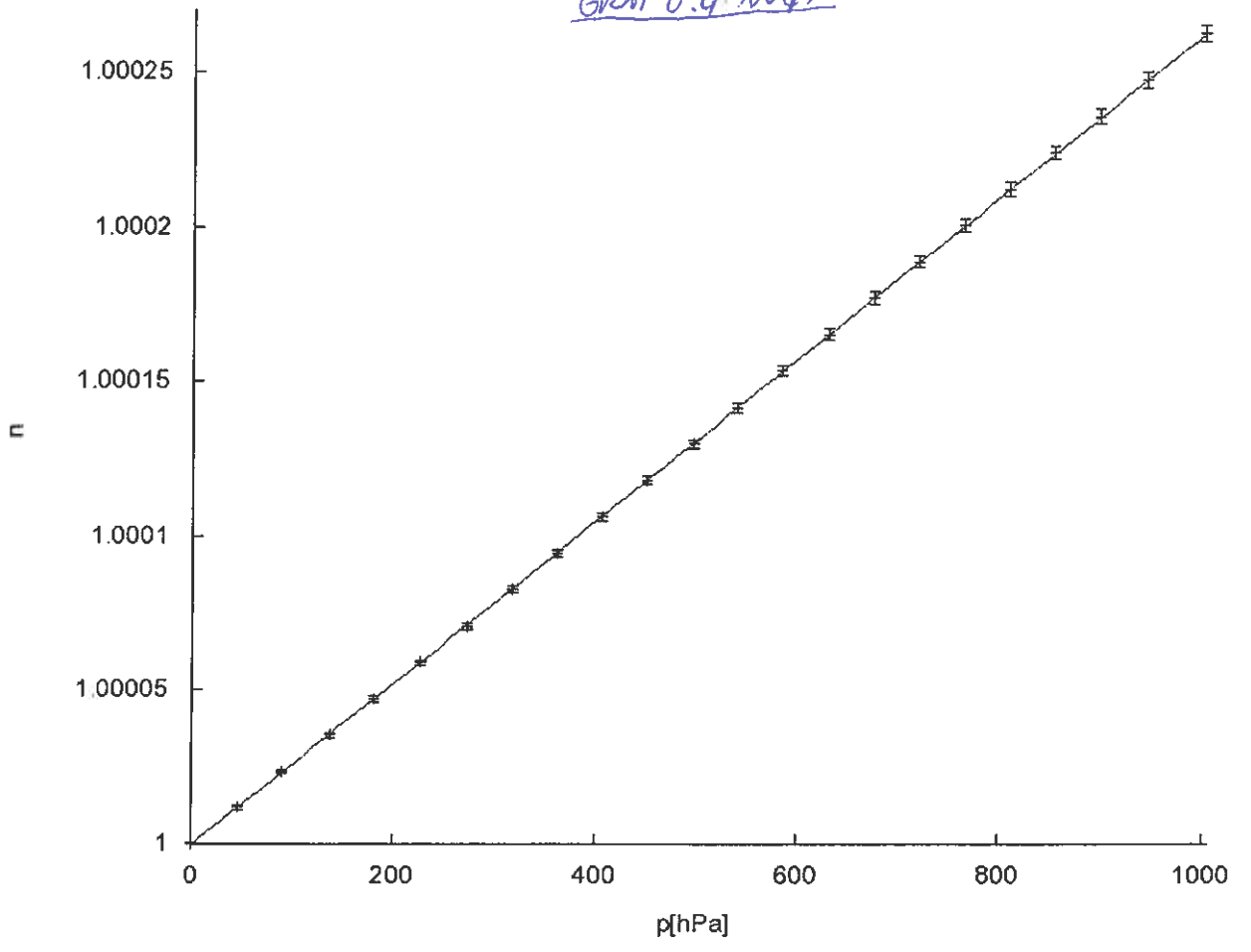
GRAF C.2: $n(p)$



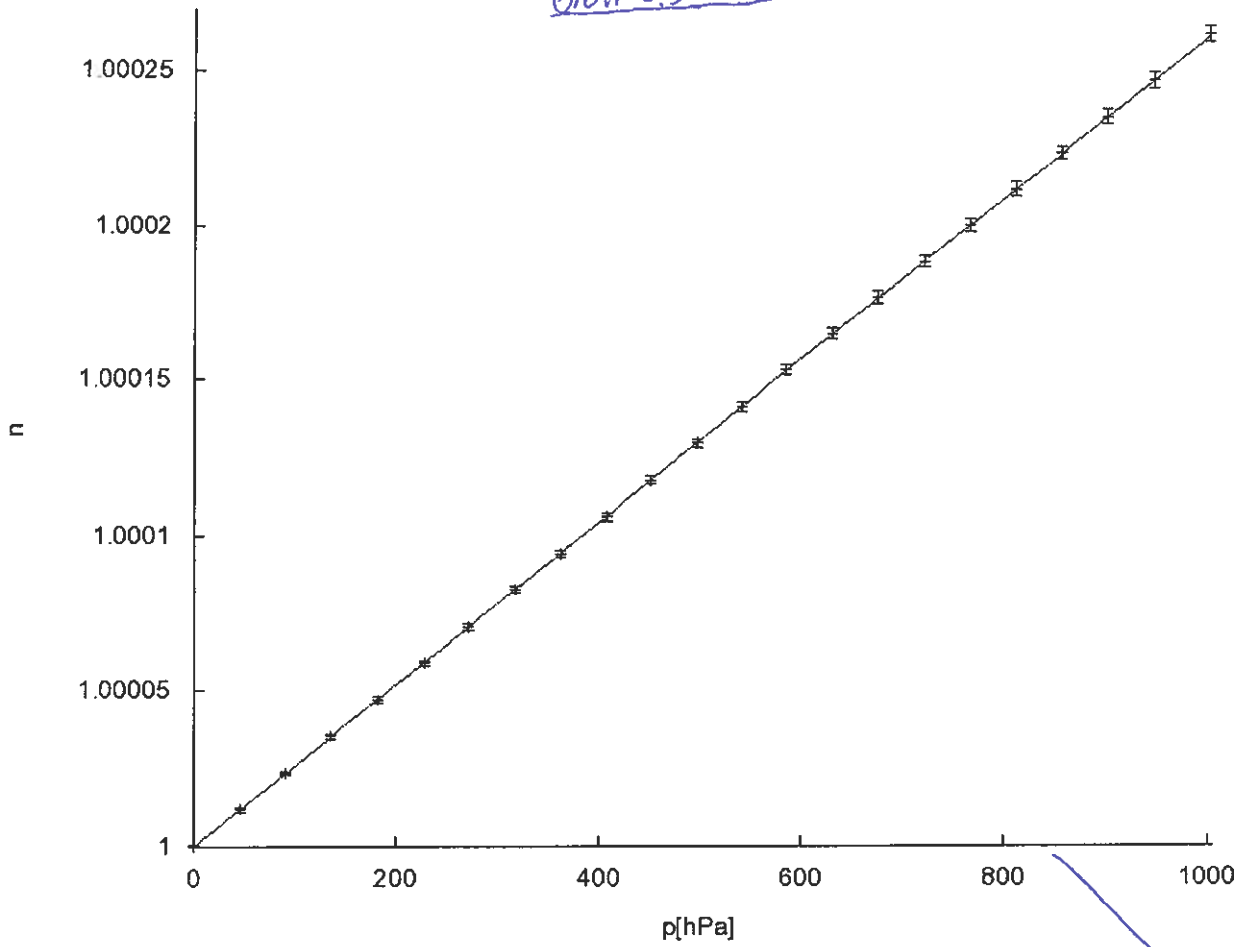
GRAF 0.31 m(N)



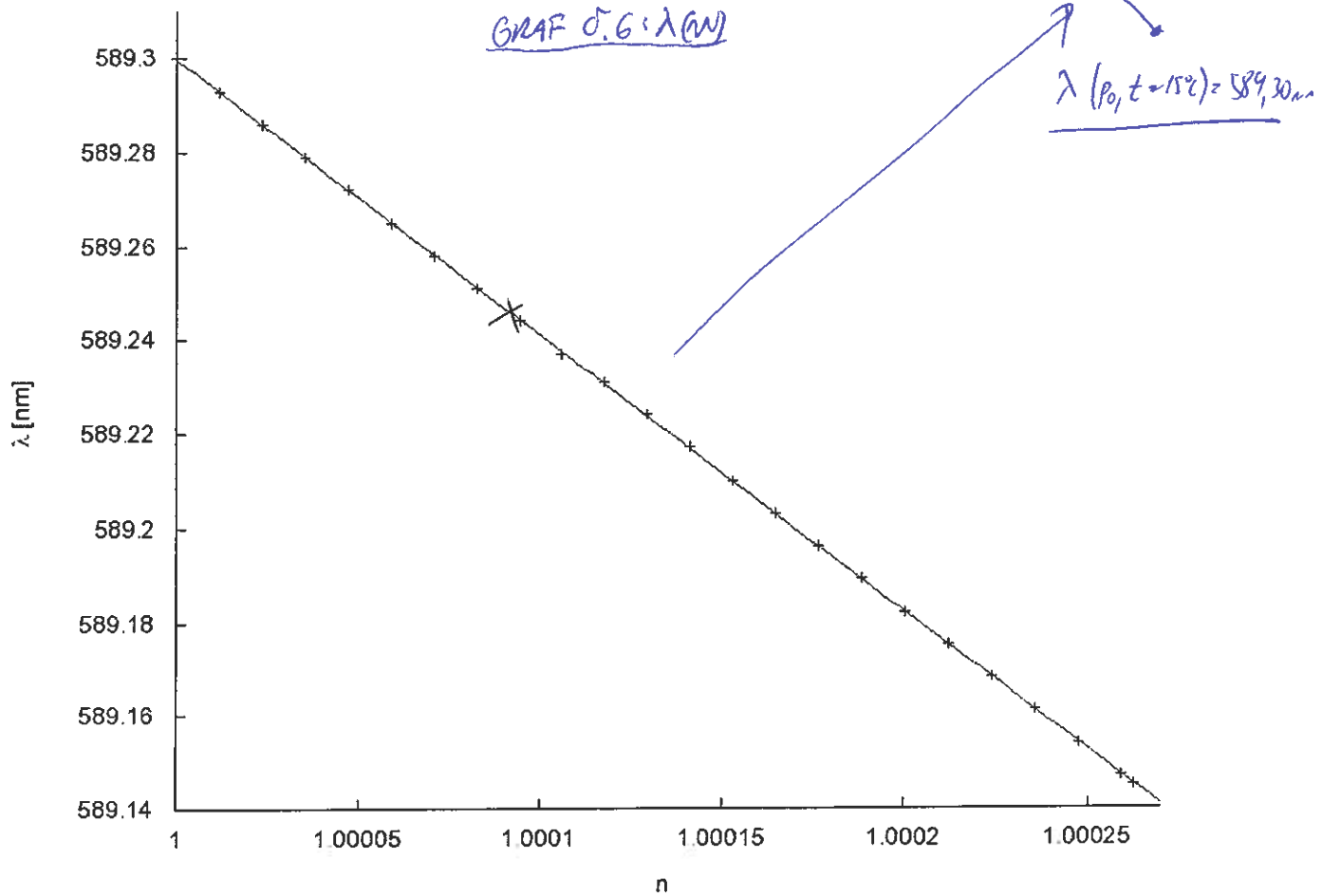
GRAF 0.4 m(N)



GRAF 0.5: n(p)



GRAF 0.6: $\lambda(n)$



0	0
	46
	90
	137
	181
	227
	272
	317
	362
	406
	451
	497
	540
	586
	637
	677
	727
	766
	811
	855
	908
	946
	—
220	1004

25,5°

26,2°

26,6°

27,3°

KOARZUMIZ

6.4.11

Środki płod

46	230
91	
136	24,1
182	
228	
277	27,0°
317	
362	
408	
452	29,0°
498	
542	
586	
632	27,3
677	
722	
767	
812	
857	
901	
947	27,3
—	
223	1004

$$\lambda_{\text{now}} = 589,3 \text{ mm}$$

$$M_{1,1}^{-1} = (M_{15,50}^{-1}) \cdot (1 + 75\eta) \cdot \mu \cdot (1 + \eta \cdot A) \cdot \mu$$

$\eta = 3670 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
 TEMPLOWNI SKŁADNIKI
 WSKAZUJĄCE ROZDROBNIENIE
 WZROKU

BRÓDZ, ROŚCICOWISZ, KALCULAT
 F. A. M. TAB. 1980

25,3°C
 25,4°C
 25,5°C

VLAKROST
 WZROKU
 34,8%
 33,5%
 33,6%
 33,7%

18°C 101,325 kPa
 0,03% CO₂
 $\lambda = 55 \mu\text{m} \cdot 277,8 \cdot 10^6$
 $(n-1)^2$

Frequency	Value
0	0
10	48
20	95
30	145
40	198
50	243
60	288
70	333
80	372
90	427
100	473
110	519
120	565
130	609
140	653
150	700
160	744
170	789
180	832
190	878
200	918
210	963
220	1004

0	0
10	46
20	90
30	136
40	181
50	226
60	270
70	316
80	359
90	404
100	449
110	495
120	540
130	585
140	629
150	673
160	718
170	763
180	813
190	857
200	902
210	945
220	999
225	1004

0	0
	45
	92
	137
	181
	226
	270
	315
	361
	408
	450
	496
	540
	586
	630
	672
	716
	760
	806
	849
	896
	942
	994
	1044

0	0
	45
	90
	136
	180
	225
	269
	316
	360
	405
	450
	494
	539
	584
	630
	674
	719
	763
	808
	854
	899
	943
	989
	1004