

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## Praktikum III

Úloha č. 6

Název: Studium ohybových jevů v laserovém svazku

Pracoval: Jiří Kratochvíl stud.sk.:11 dne: 16.3

Odevzdal dne: 30. 3. 2011

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	1
Výsledky měření	0 - 8	8
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
<b>Celkem</b>	max. 20	20

Posuzoval: *Walek*

dne: 17. 4. 2011

## Pracovní úkol:

1. Ze změřeného ohybového obrazce zobrazeného na milimetrovém papíru určete mřížkovou konstantu mřížky.
2. Pomocí aparatury proměřte ohybové obrazce: mřížky, 2 vybraných štěrbin, 2 vybraných dvojštěrbín. Zpracováním měření určete parametry použitých difrakčních prvků.
3. Okalibrujte mikroskopový okulár metodou postupných měření a lineární regresi, odhadněte relativní chybu kalibrace.
4. Mikroskopem změřte parametry všech použitých difrakčních prvků.
5. Výsledky měření v úkolech č.1, č.2 a č.4 srovnajte a diskutujte, v kterém případě jsou spočtené parametry zatíženy nejmenší chybou.

## 1 Teorie

### 1.1 Statistické zpracování

Chyby nepřímého měření sčítány metodou přenosu chyb dle vzorce

$$\sigma = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 (\sigma_i)^2} \quad (s1)$$

$\sigma$  - výsledná chyba měření,  $f$  - fyzikální vztah,  $x_i$  - jednotlivé veličiny ze vztahu  $f$ ,  
 $\sigma_i$  - chyby jednotlivých veličin ze vztahu  $f$

Chyba statistická a chyba měřidla sečtena vzorcem

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_m^2 + \sigma_s^2)} \quad (s2)$$

$\sigma$  - výsledná chyba měření,  $\sigma_m$  - chyba měřidla,  $\sigma_s$  - statistická chyba

Chyba aritmetického průměru počítána dle vztahu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - x)^2}{n^2}} \quad (s3)$$

$\sigma$  - výsledná chyba měření,  $x_i$  - hodnota jednotlivých měření,  $x$  - průměrná hodnota,  
 $n$  - počet měření

[2]

Regrese v počítána v programu gnuplot, asymptotická chyba sečtena ve čtverci s chybou měření.

### 1.2 Fraunhoferova difrakce

Fraunhoferova difrakce je difrakce způsobená dalekým zdrojem světla. Pro difrakci na štěrbině platí vzorec pro *intenzitu světla I*

$$I = \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \varphi} \right)^2 \quad (1)$$

kde  $b$  je šířka štěrbin,  $\lambda$  je vlnová délka dopadajícího světla a  $\varphi$  je úhel pozorování.

Z tohoto vztahu pro intenzitu získáme, že pro minima platí podmínka

$$\varphi \approx \sin \varphi = \frac{k \lambda}{b}, \quad k \text{ je celé číslo} \quad (2)$$

Pro dvojštěrbinu platí pro intenzitu výraz

$$I = \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \varphi} \right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \varphi\right) \quad (3)$$

kde  $a$  je vzdálenost štěrbin. Tento vztah implikuje dvě podmínky pro minima a to podmínku (2) a

$$\varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2a}, k \text{ je celé číslo} \quad (4)$$

Pro mřížku s mřížkovou konstantou  $a$  platí pro ostrá hlavní maxima vztah

$$\varphi \approx \sin \varphi = \frac{k\lambda}{a}, k \text{ je celé číslo} \quad (5)$$

Pro přepočítání polohy na stínítku na úhel jsem použil vzorec

$$\varphi = \arctg\left(\frac{x}{l}\right) \quad (6)$$

[1]

## 2 Měření

Náš laser svítil na vlnové délce  $\lambda = (632,8 \pm 0,1) \text{ nm}$

*He-Ne*  
vln. délka 632,811 nm  
je dobrá přesnost - třeba reagovat na případnou změnu indexu lomu vzduchu

### 2.1 Určení mřížkové konstanty z obrazce z milimetrového papíru

Vzdálenost papíru od stínítka byla  $l = (93,8 \pm 0,2) \text{ cm}$ . Mřížkovou konstantu  $a$  jsem spočítal dle vzorce (5),  $k$  je řád maxima,  $x$  je vzdálenost maxima od středu na proužku papíru. Přepočítání úhlu  $\varphi$  jsme prováděli pomocí vzorce (6), difrakci pomocí papírku jsme měřili 2x. Chyba odečítání na proužku papíru je  $1 \text{ mm}$ . Výsledné hodnoty jsou zapsány v **tabulce č.2.1.1**.

**Tabulka č.2.1.1: Mřížková konstanta - milimetrový papír**

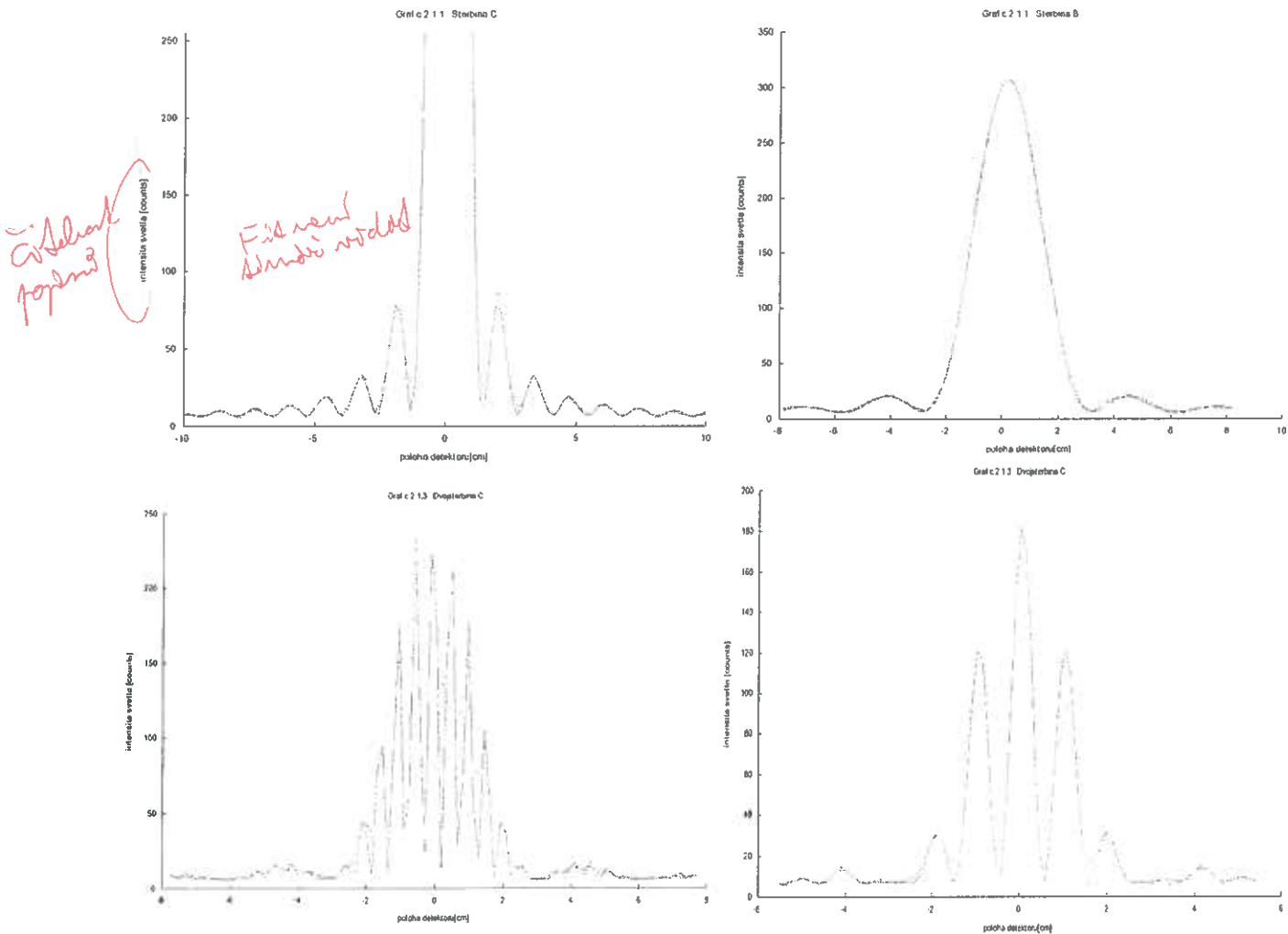
k	x[cm]	x[cm]	$\varphi$ [rad]	$\varphi$ [rad]	a[ $\mu\text{m}$ ]	a[ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma(b)$ [ $\mu\text{m}$ ]
-12		-14,15		-0,150		50,91	0,37
-11	-13,1	-13	-0,139	-0,138	50,33	50,7	0,40
-10	-11,9	-11,7	-0,126	-0,124	50,28	51,13	0,44
-9	-10,75	-10,6	-0,114	-0,113	50,02	50,72	0,48
-8	-9,5	-9,4	-0,101	-0,100	50,24	50,77	0,54
-7	-8,3	-8,3	-0,088	-0,088	50,26	50,26	0,60
-6	-7,05	-7,1	-0,075	-0,076	50,66	50,3	0,70
-5	-5,85	-5,95	0,062	-0,063	50,83	49,98	0,82
-4	-4,7	-4,75	-0,050	-0,051	50,58	50,05	1,03
-3	-3,55	-3,6	-0,038	-0,038	50,2	49,5	1,34
-2	-2,35	-2,4	-0,025	-0,026	50,53	49,48	2,00
-1	-1,2	-1,2	-0,013	-0,013	49,47	49,47	4,00
1	1,1	1,15	0,012	0,012	53,96	51,62	4,36
2	2,25	2,3	0,024	0,025	52,78	51,63	2,18
3	3,4	3,4	0,036	0,036	52,41	52,41	1,50
4	4,55	4,6	0,048	0,049	52,24	51,68	1,10
5	5,8	5,8	0,062	0,062	51,27	51,27	0,87
6	6,9	6,95	0,073	0,074	51,75	51,38	0,73
7	8,1	8,1	0,086	0,086	51,49	51,49	0,63
8	9,2	9,25	0,098	0,098	51,86	51,58	0,55
9	10,4	10,4	0,110	0,110	51,68	51,68	0,50
10	11,55	11,65	0,123	0,124	51,78	51,34	0,44
11		12,8		0,136		51,48	0,41

Výslednou hodnotu konstanty jsem vypočítal váženým aritmetickým průměrem, která vyšla  $a = (51,0 \pm 1,5) \mu\text{m}$

## 2.2 Měření parametrů difrakčních prvků pomocí aparatury

Měřili jsme pomocí aparatury, která byla sestavena z krokového motorku, který pohyboval čidlem. Měli jsme k dispozici 1 mřížku, 2 štěrbin, které nesly označení B,C a 2 dvojštěrbin také s označením B,C. Vzdálenost stínítka byla  $l = (98,6 \pm 0,2) \text{ cm}$ . Naměřené grafy jsou zobrazeny na přiloženém listě.

Parametry difrakčních prvků jsme určovali z regrese dle vztahů (1) a (3). Při výběru dat pro fit jsme postupovali takto, našli jsme si minimální naměřenou intenzitu, tu jsme označili jako nulu (ve všech grafech byla na hodnotě 6,5 relativní intenzity), části dat z konců, u kterých byla naměřena intenzita s přesností pod 30% a části, kde byl přesvícený senzor, jsme vymazali. Poté jsme vystředovali graf. Štěrbinu jsme fitovali z části přeexponovaného obrázku, jelikož se nám velice zpřesnil fit, díky odlehlejším maxim a minim. U dvojštěrbiny jsme naopak použili nepřexponovaný obrázek, jelikož vyšší difrakční řády měly malou intenzitu. Grafy podexponované a přeexponované jsme neskládali, jelikož by to vneslo nějakou další chybu do experimentu.



Výsledné hodnoty fitů dle parametrů difrakčních prvků jsou zobrazeny v **tabulce 2.2.1**, kde  $b$  a  $a$  jsou parametry uvedené v oddílu teorie.

**Tabulka č.2.2.1: Fit difrakčních obrazců**

	$b[\text{mm}]$	$\sigma(b)[\text{mm}]$	$a[\text{mm}]$	$\sigma(a)[\text{mm}]$
Štěrbina C	0,4656	0,0005		
Štěrbina B	0,2047	0,0003		
Dvojštěrbina C	0,2017	0,0034	1,187	0,028
Dvojštěrbina B	0,2175	0,0019	0,5954	0,0016

Mřížkovou konstantu jsme určili pomocí počítání maxim z důvodů časové náročnosti fitu. Naměřené hodnoty zobrazuje **tabulka č.2.2.2**.

**Tabulka č.2.2.2: Difrakční mřížka pomocí aparatury**

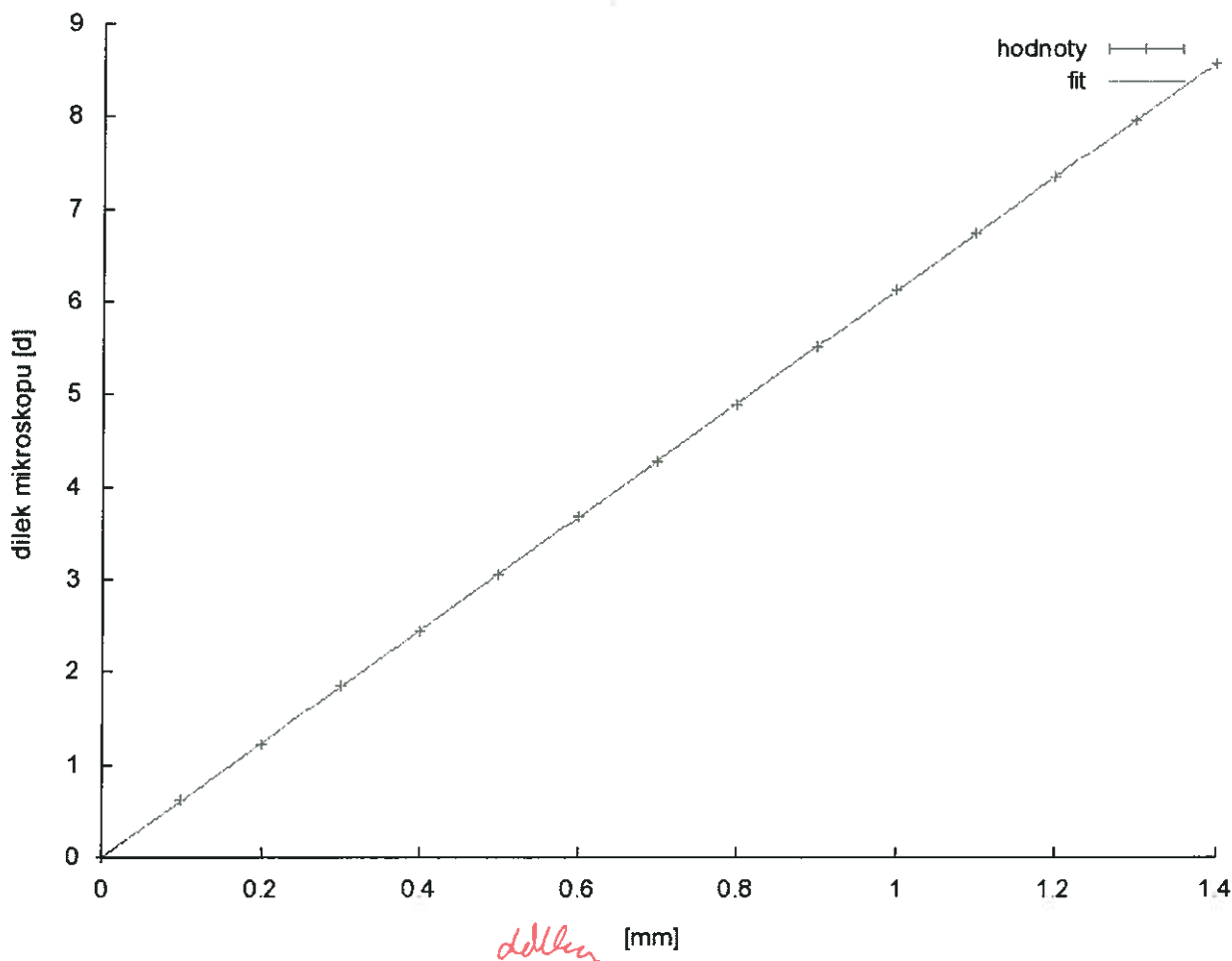
difrakční řád	x[cm]	$\sigma(x)$ [cm]
-2	-23,88	0,04
-1	-11,99	0,04
1	12,06	0,04
2	24,05	0,04

Váženým aritmetickým průměrem a použitím vzorce (5) jsme dostali výsledek  $a = (52,91 \pm 0,77)\mu\text{m}$

### 2.3 Kalibrace okuláru

Okulár jsme kalibrovali metodou postupných měření. Chyba dílků mikroskopu je **0,005dílků**. Chyba u kalibrační stupnice nebyla uvedena, odhadujeme ji stejně velikou jako chybu dílku mikroskopu. Naměřené hodnoty jsou vyneseny do **grafu č.2.3.1** a proloženy přímkou, která má směrnici  $(6,1127 \pm 0,0032)$ , což nám dává relativní chybu kalibrace **(0,05%)**, k této chybě musíme připočítat chybu jednoho dílku na zorné pole. Výsledná chyba tedy bude **(0,3%)**. Tedy 1mm je roven  $(6,11 \pm 0,02)$  dílkům na mikroskopu. Při měření připočítáváme k této chybě samozřejmě i chybu jednoho dílku na mikroskopu (posunutí o 0,5dílků jsme nezaznamenali).

**Graf č.2.3.1: Kalibrace okuláru**



## 2.4 Měření difrakčních prvků mikroskopem

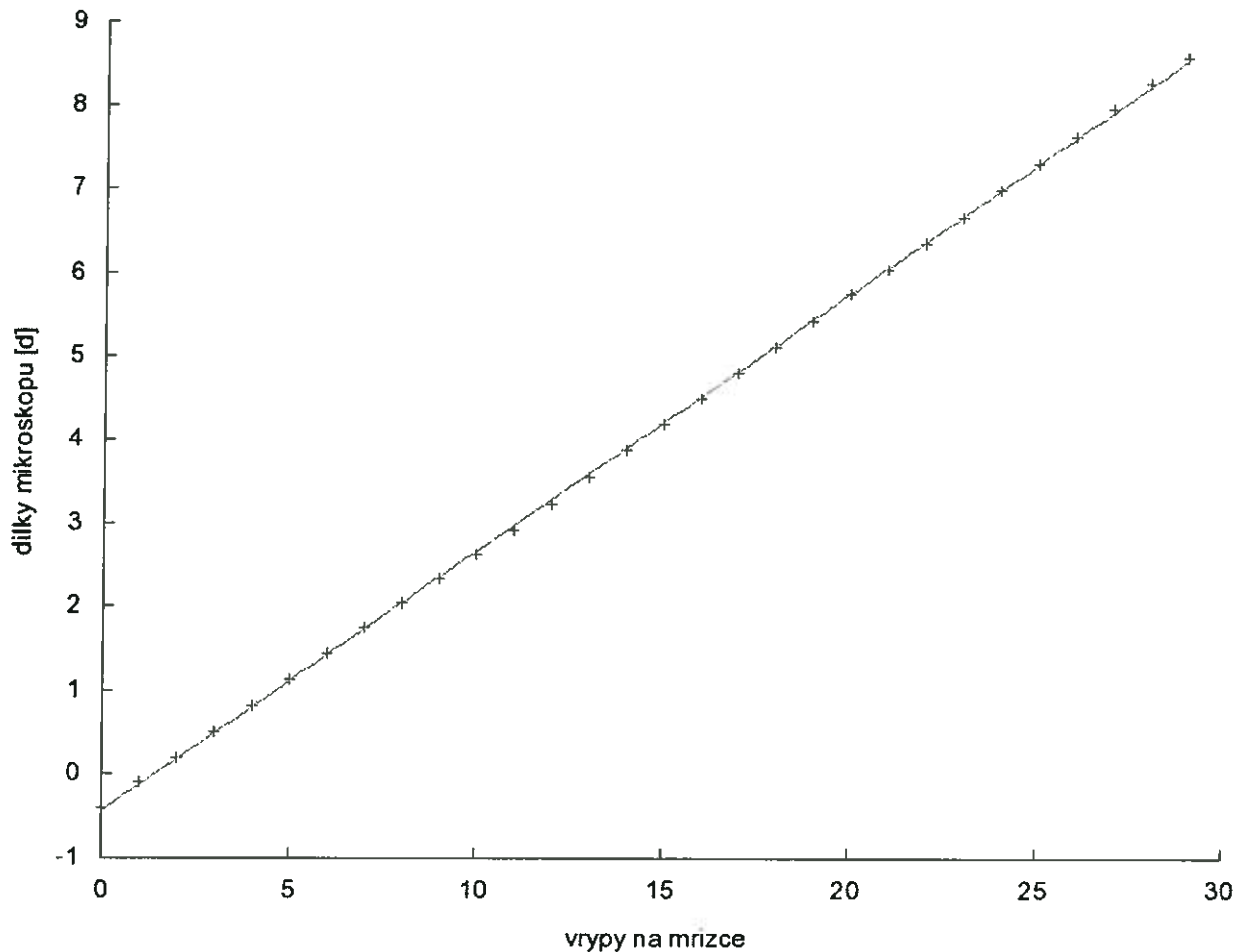
Naměřené hodnoty jsou zapsány v *Tabulce č.2.4.1*. Parametr  $b$  je šířka štěrbin, parametr  $a$  je vzdálenost štěrbin.  $b_1, b_2$  jsou šířky štěrbin u dvojušterbin.

**Tabulka č.2.4.1:** Měření parametrů difrakčních prvků mikroskopem

měření	Štěrbin C	Štěrbin B	Dvojušterbin C			Dvojušterbin B		
	b[mm]	b[mm]	b1[mm]	b2[mm]	a[mm]	b1[mm]	b2[mm]	a[mm]
1	0,46	0,204	0,198	0,197	1,206	0,211	0,200	0,600
2	0,467	0,211	0,199	0,200	1,208	0,214	0,204	0,595
3	0,465	0,206	0,198	0,193	1,205	0,214	0,206	0,595
4	0,461	0,209	0,191	0,191	1,205	0,206	0,200	0,596
5	0,459	0,208	0,203	0,213	1,200	0,200	0,204	0,599
	0,463	0,208	0,198		1,205	0,206		0,597
X	$\pm 0,004$	$\pm 0,003$	$\pm 0,038$		$\pm 0,004$	$\pm 0,006$		$\pm 0,003$

Mřížkovou konstantu  $a$  jsme určili také metodou postupných měření. Hodnoty jsou vyneseny do *grafu 2.4.1*. Z lineární regrese nám vyšla mřížková konstanta  $a = (50,67 \pm 0,34)\mu\text{m}$

**Graf č.2.4.1:** Měření mřížkové konstanty mikroskopem



## 3 Diskuse

### 3.1 Mřížková konstanta

Pomocí milimetrového papírku jsme naměřili mřížkovou konstantu  $a = (51,0 \pm 1,5)\mu\text{m}$ , což je ve shodě s hodnotou naměřenou pomocí mikroskopu  $a = (50,67 \pm 0,34)\mu\text{m}$ . Hodnota naměřená pomocí aparatury nám vyšla  $a = (52,91 \pm 0,77)\mu\text{m}$ , což není ve shodě ani s jedním měřením (je ve shodě pro  $3\sigma$ ). Napadá nás pouze jedna možnost, jak to vysvětlit (jelikož je téměř naprostá shoda výsledků dalších měření v tabulce 3.2.1). Mohli jsme zasvítit laserem na jiné místo mřížky, než na kterém jsme měřili četnost vrypů, nebo na mřížce mohly být nějaké nečistoty. - *jak by přesněly?*

Vzhledem k tomu, že byl použit senzor intenzity s velmi malou škálou, pouze 8 bitů, je měření pouze 2x přesnější než počítání maxim na papírku. Oko je sice daleko citlivější detektor (oko je schopno zachytit i jedno kvantum světla, proto je tolik citlivé na porovnávání tmavých proužků), který je schopen zachytit daleko lépe rozdíly v nízké intenzitě, ale vzhledem k určení polohy s malou přesností jsme dostali takto velkou chybu. Pokud bychom měli delší optickou dráhu od čočky ke stínítku, oko by bylo daleko přesnější detektor. Mikroskop má takto malou chybu, jelikož je to přímé a velice přesné měření a použili jsme lineární regresi.

### 3.2 Štěrby a dvojštěrby

Výsledky pro štěrby a dvojštěrby jsme shrnuli do následující tabulky

**Tabulka č.3.2.1: Shrnutí výsledků**

	Aparatura		Mikroskop	
	b[mm]	$\sigma(b)$ [mm]	b[mm]	$\sigma(b)$ [mm]
Štěrba C	0,4656	0,0005	0,463	0,004
Štěrba B	0,2047	0,0003	0,208	0,003
Dvojštěrba C	0,2017	0,0034	0,198	0,038
Dvojštěrba B	0,2175	0,0019	0,206	0,006
	a[mm]	$\sigma(a)$ [mm]	a[mm]	$\sigma(a)$ [mm]
Dvojštěrba C	1,187	0,028	1,205	0,004
Dvojštěrba B	0,5954	0,0016	0,597	0,003

Až na dvojštěrbinu B, která se shoduje ve  $3\sigma$  pásu, se všechny hodnoty shodují v rámci pravděpodobné chyby. Z přesnosti lineárních fitů můžeme říci, že difrakční metoda měření je téměř o řád přesnější. Kdybychom počítali pouze minima, dostali bychom se ke stejné přesnosti jako u mikroskopu. Fit byl užitečný zejména při měření dvojštěrbin, kdy krásně vykreslil téměř splývající hlavní a vedlejší minima.

Tato shoda výsledků naznačuje, že jsme měli správně zkalibrován mikroskop vzhledem k aparatuře.

Všimli jsme si korelace mezi chybami parametrů v *tabulce 3.2.1*. To je způsobeno tím, že měřicí metody jak difrakce, tak mikroskopování jsou přesnější než přesnost výroby našich difrakčních prvků.

### 3.3 Kalibrace okuláru

Metoda postupných měření je dvakrát přesnější, než kdybychom kalibrovali tím, že změříme první a poslední dílek kalibrační stupnice. Navíc můžeme touto metodou ověřit zkreslení mikroskopu. Z přesnosti lineární regrese *graf č.2.3.1* můžeme říci, že náš mikroskop nemá takovou optickou vadu, která by se projevila v měření. Kdyby měl mikroskop výraznější optickou vadu, projevilo by se to symetrickým zkreslením bodů na koncích zorného pole, tj. kolem hodnoty 0 a 1,4 na ose x.

### 3.4 Měření pomocí extrémů

Mohli jsme také měřit pomocí počítání extrémů, ale pomocí regrese jsme dostali daleko přesnější výsledky.

## 4 Závěr

Ze změřeného ohybového obrazce zobrazeného na milimetrovém papíru jsme určili mřížkovou konstantu mřížky  $a = (51,0 \pm 1,5)\mu\text{m}$ .

Pomocí aparatury jsme proměřili ohybové obrazce: mřížky, štěrbin B,C, a dvojštěrbín B,C.

Okalibrovali jsme mikroskopový okulár metodou postupných měření a lineární regresi viz *Graf č.2.3.1*, odhadli jsme relativní chybu kalibrace na  $0,3\%$ .

Mikroskopem jsme změřili parametry všech použitých difrakčních prvků viz *Tabulka č.3.2.1*.

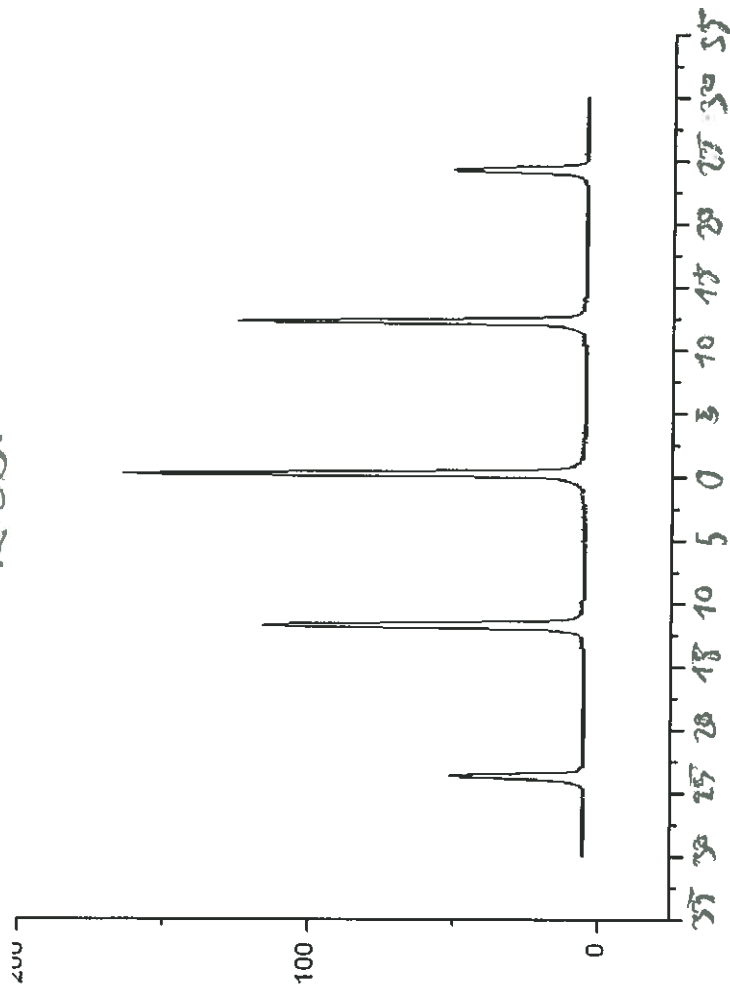
Výsledky měření v úkolech č.1, č.2 a č.4 jsme srovnali a diskutovali v oddíle *diskuse*, parametry dvojštěrbín a štěrbin byly zatíženy nejmenší chybou při měření pomocí difrakce, u mřížky byl nejpřesnější mikroskop.

## 5 Literatura

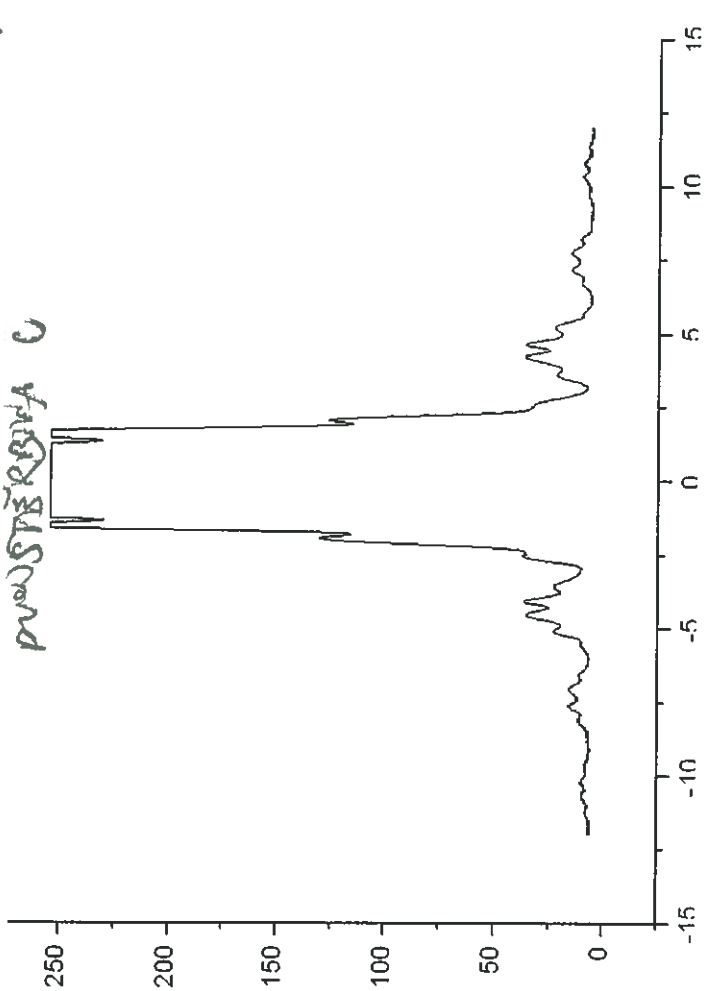
- [1] <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>, Studijní texty k Fyzikálnímu praktiku
- [2] Brož, J. a kol., *Základy fyzikálních měření I*, SPN, Praha 1983



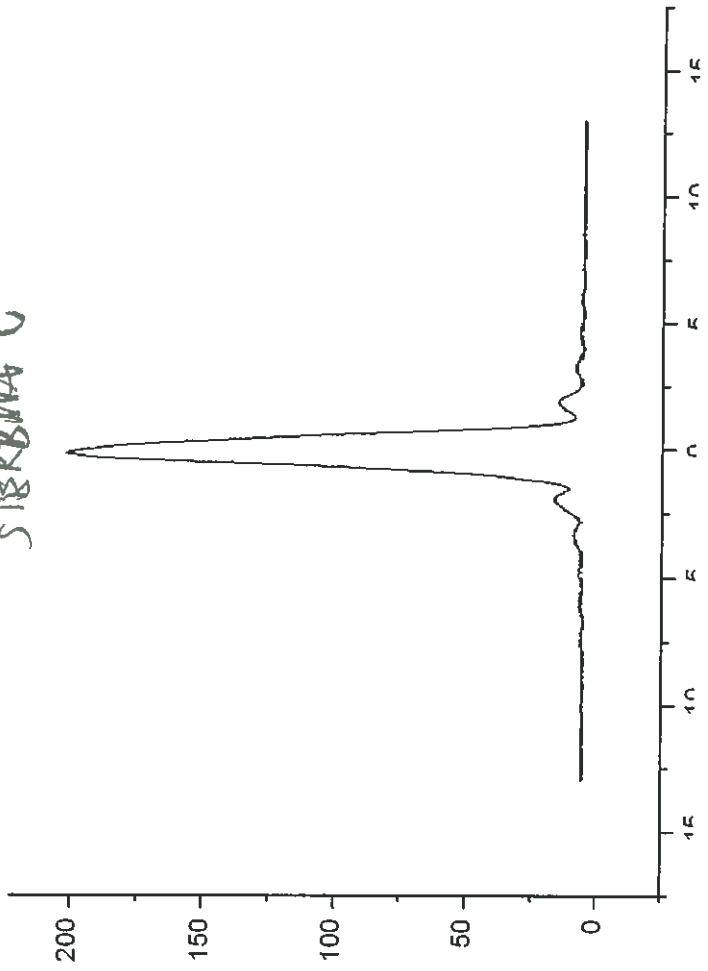
MIRTEA



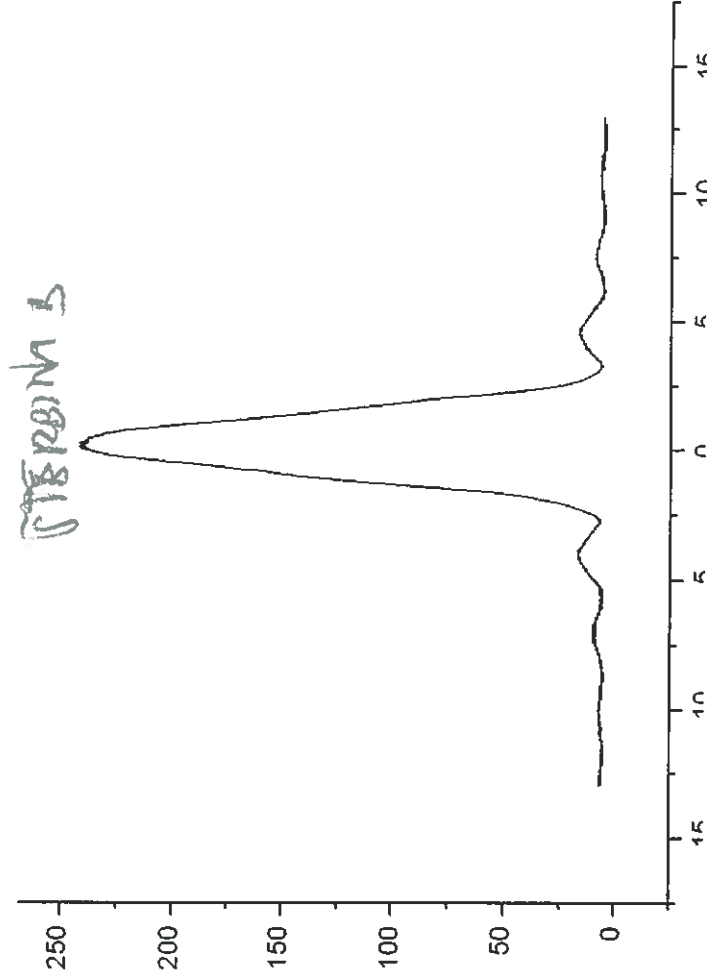
PURISTERBINA C



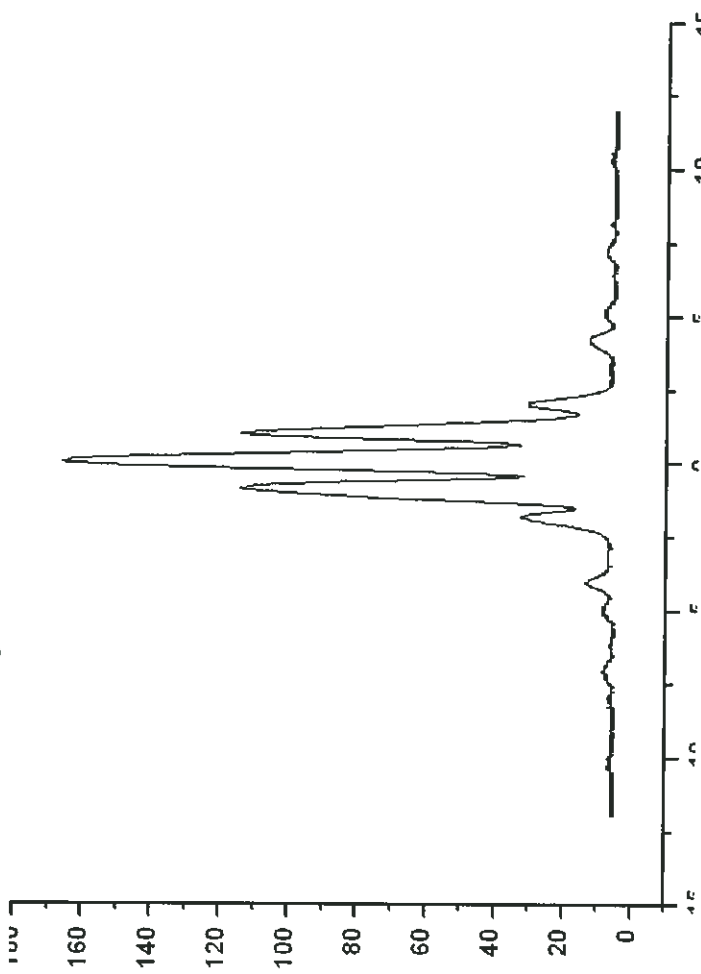
STERBINA C



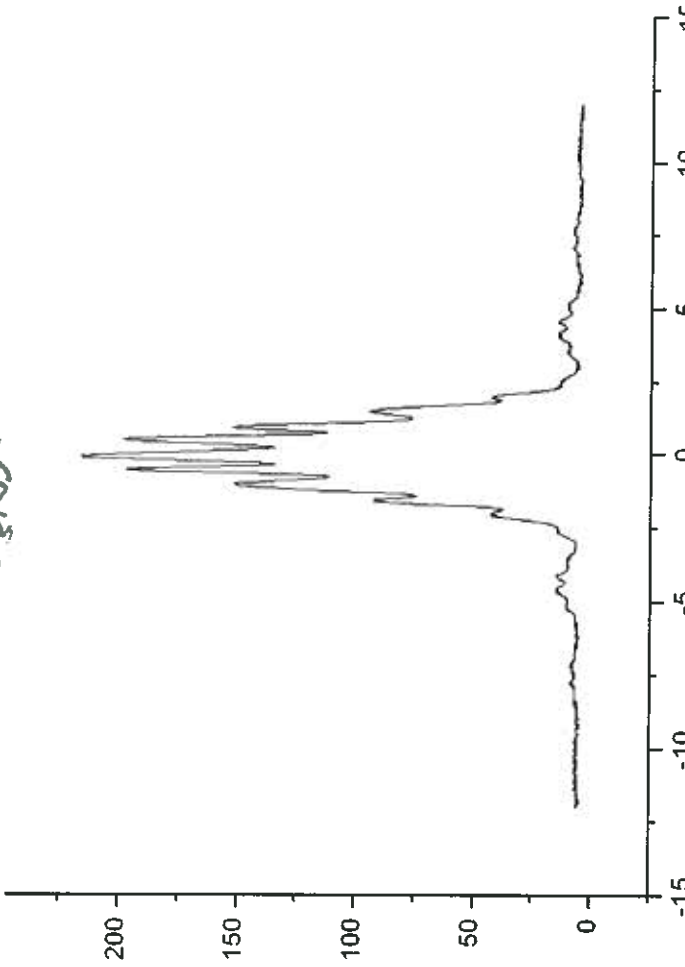
STERBINA B



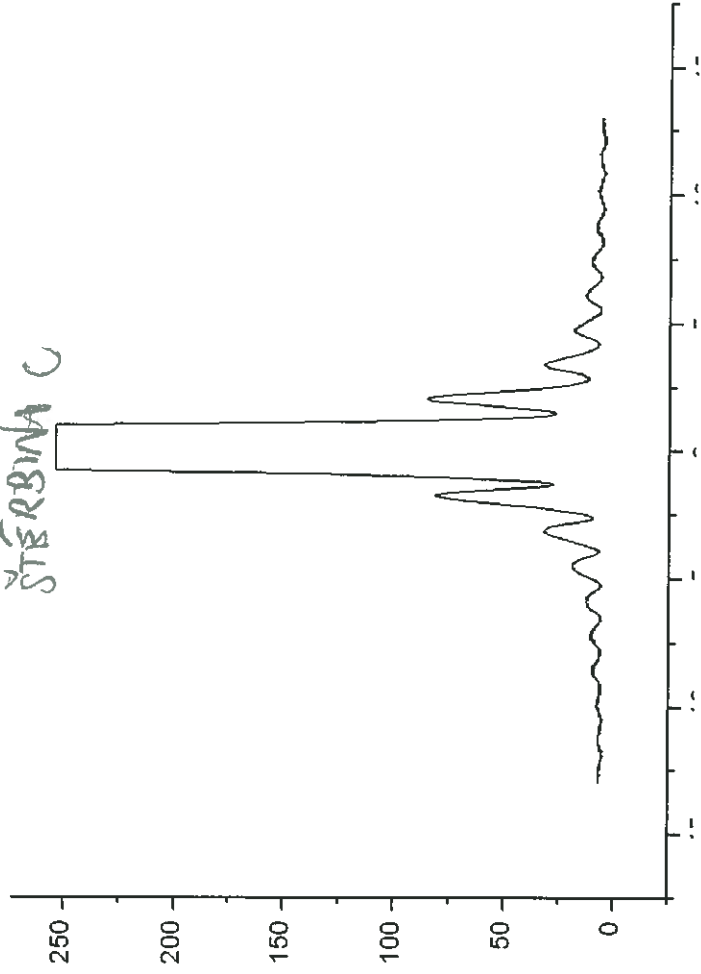
DVOJŠTĚRBINA B



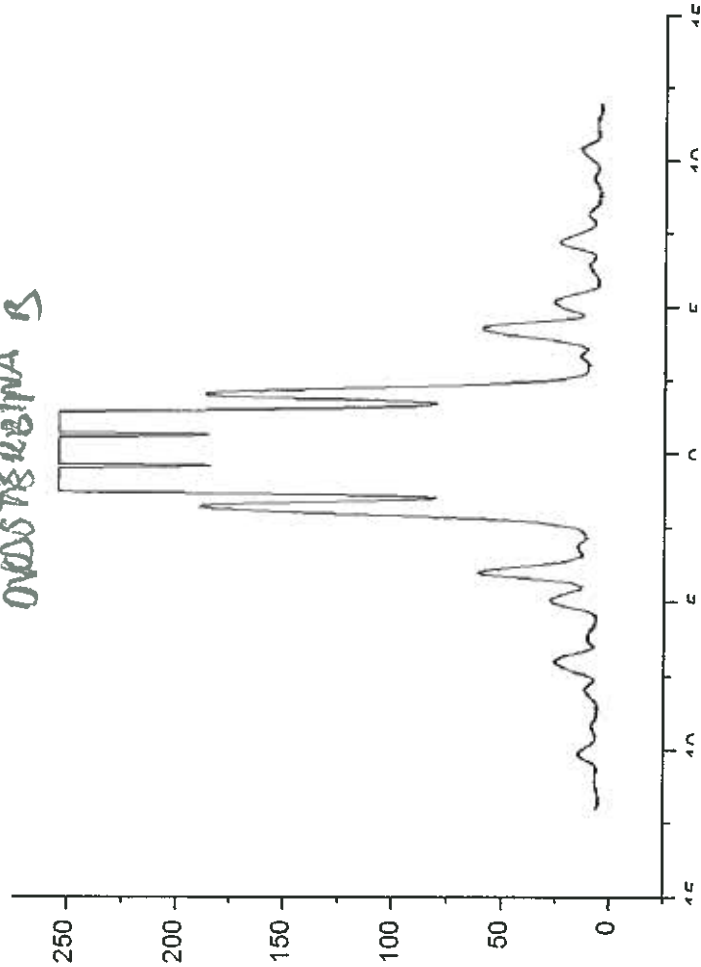
DVOJŠTĚRBINA C



ŠTĚRBINA C



DVOJŠTĚRBINA B



INVESTIRANJE B

1,490	2,780	5,190	6,410
1,530	2,840	5,200	6,450
1,670	2,950	5,300	6,560
1,740	3,000	5,400	6,625
1,903	3,130	5,555	6,800



93,8	PAPIRSK
98,6	INVESTIRANJE

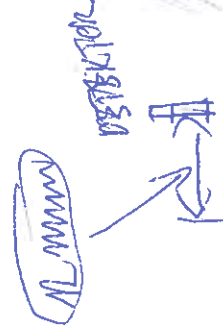
ČOKA  
MATEKA



INVESTIRANJE C

1,007	1,215	7,380	8,583
0,020	1,235	7,400	8,620
0,070	1,280	7,450	8,630
0,160	1,325	7,525	8,690

PAPIRSK



160 ± 0,1

29,1 ± 0,05

PAPIRSK ± 1mm

1, 2, 3, 4, 5

~~STREIBER~~ 2

KALIBRE M1140510 PU

① 2005 STIPNIDE [mm]

M1140510	7
0	7,1
0,620	7,1
1,225	7,2
1,850	7,3
2,450	7,4
3,060	7,5
3,675	7,6
4,280	7,7
4,890	7,8
5,515	7,9
6,125	8
6,730	8,1
7,335	8,2
7,950	8,3
<hr/>	
8,565	8,4

M11314A

Beit M1140510

0	0,600 -1
1	0,916 -1
2	0,205
3	0,520
4	0,825
5	1,135
6	1,440
7	1,750
8	2,050
9	2,340
10	2,630
11	2,920
12	3,230
13	3,540
14	3,880
15	4,190
16	4,500
17	4,820
18	5,125
19	5,435
20	5,755

21	6,060
22	6,370
23	6,680
24	7,000
25	7,320
26	7,645
27	7,965
28	8,285
29	8,595
30	

~~STREIBER~~

C 2,8915 5,525

2,510	5,365
2,550	5,220
2,335	5,180
2,525	5,345
2,625	5,430

13 4,865 6,115

4,830	6,120
4,890	6,150
4,928	6,200
<del>4,950</del>	
5,000	6,270

Clara  
16.3.2011  
53.