

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## Praktikum III

Úloha č. 7

Název: Ověření Fresnelových vzorců

Pracoval: Jiří Kratochvíl stud.sk.:15 dne: 10.3

Odevzdal dne: 16. 3. 2011

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	1
Výsledky měření	0 - 8	6
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
<b>Celkem</b>	max. 20	18

Posuzoval: *J. Kratochvíl*

dne: 21.3.2011

## Pracovní úkol:

1. Najděte směr snadného průchodu polarizátoru užívaného v aparatuře.
2. Ověřte, že zdroj světla je polarizován kolmo k vodorovné rovině.
3. Na přiložených vzorcích proměřte závislost intenzity odraženého světla na úhlu dopadu pro *TE* i *TM* polarizaci.
4. Naměřené výsledky porovnejte s teoretickým průběhem závislostí.
5. Určete indexy lomů měřených vzorků a jejich relativní chybu.

## 1 Teorie

### 1.1 Snellův zákon a Fresnelovy vzorce

Pokud dopadne paprsek na rozhraní dvou prostředí jedna jeho část se zlomí a druhá odrazí. Úhel odrazu je roven úhlu dopadu a pro **úhel lomu**  $\beta$  platí Snellův zákon.

$$N_1 \sin \alpha = N_2 \sin \beta$$

kde  $\alpha$  je **úhel dopadu** a  $N_1$  je **index lomu prostředí dopadajícího paprsku** a  $N_2$  je **index lomu prostředí prošlého paprsku**.

Vztahy, pro elektrické pole prošlého a odraženého paprsku udávají Fresnelovy vzorce. Fresnelovy vzorce pro odraz mají následující tvar  $r^{\parallel}$  je **elektrické pole paprsku s polarizací rovnoběžnou k rovině dopadu** a  $r^{\perp}$  je **el. pole kolmé k rovině dopadu**. Pokud dosadíme ze

Snellova zákona a použijeme identitu  $N = \frac{n_2}{n_1}$  platí poslední rovnost.

$$r^{\perp} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (1)$$

$$r^{\parallel} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} = \frac{N^2 \cos \alpha - \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}}{N^2 \cos \alpha + \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (2)$$

V našem případě je prostředí dopadajícího paprsku **vzduch** tj:  $n_1 = 1$ . Takže  $N = n_2$ .

### 1.2 Brewsterův úhel

Pokud světlo dopadá na rozhraní dvou prostředí pod **Brewsterovým úhlem**  $\alpha_B$  úplně se polarizuje v rovině kolmé na rovinu dopadu tj. hodnota  $r^{\parallel}$  je rovna  $0$ . Když toto dosadíme do Fresnelových vzorců tak nám vyjde podmínka pro Brewsterův úhel

$$\operatorname{tg} \alpha_B = N \quad (3)$$

### 1.3 Goniometr a intenzita

Goniometr je zařízení na nastavování úhlu dopadu a na měření intenzity světla po odrazu. Světlo dopadá na fotodiodu a tím je převáděno na napětí, které měříme. Pro intenzitu světla platí vztahy

$$R^{\perp, \parallel} = (r^{\perp, \parallel})^2 = \frac{U_a}{U_0} \quad (4)$$

kde  $U_a$  je **napětí na diodě při určitém úhlu dopadu** a  $U_0$  je **napětí měřené při úhlu dopadu  $0^\circ$** .

[1]

## 2 Měření

Chyby počítány dle standardní teorie chyb uvedené v [1]

### 2.1 Měření snadného průchodu polarizátoru

Pomocí lampičky a sklíčka jsme určili směr snadného průchodu polarizátorem. Který nám vyšel  $\phi = (55 \pm 2)^\circ$ . Pomocí tohoto výsledku jsme ověřili, že laser je skutečně polarizován v rovině kolmé k rovině dopadu.

### 2.2 Měření intenzity odraženého světla

Měli jsme k dispozici 2 sklíčka, jedno s indexem lomu  $N = (1,805 \pm 0,001)$  a druhé  $N = (1,509 \pm 0,001)$ . Naměřené hodnoty intenzity světla v závislosti na úhlu dopadu jsou vypočteny dle vzorce (4) a zapsány v **tabulce č.1** pro polarizaci světla kolmou k rovině dopadu. Tmavé políčko znamená vyškrtnou hodnotu z dalších výpočtů (naměřené hodnoty poměrného napětí na diodě jsou zapsány v zápisu měření a měřeny na rozsah 1). Napětí na diodě jsme měřili multimetrem s přesností 1% + 1 digit se dvěma rozsahy rozsah 1 měřil s 2x větším rozsahem než rozsah 1 a to s přesností 3% což jsem naměřil přepínáním rozsahu při stejné intenzitě laseru. Úhly jsou měřeny s přesností  $0,05^\circ$  což je zanedbatelná chyba.

**Tabulka č.1: Intenzita světla rovina kolmá na rovinu dopadu**

$\alpha$ [°]	N=1,805	N=1,805	N=1,805	N=1,509	N=1,509	N=1,509
90	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1800
85	0,802	0,779	0,755	0,750	0,747	1345
80	0,656	0,628	0,560	0,560	0,556	1000
75	0,549	0,504	0,419	0,420	0,414	745
70	0,432	0,411	0,317	0,319	0,312	561
65	0,361	0,336	0,242	0,245	0,236	425
60	0,290	0,277	0,186	0,188	0,182	327
55	0,242	0,233	0,147	0,148	0,143	258
50	0,206	0,198	0,117	0,118	0,114	205
45	0,176	0,171	0,095	0,095	0,092	166
40	0,155	0,150	0,079	0,079	0,077	139
35	0,138	0,132	0,068	0,067	0,066	118
30	0,126	0,117	0,059	0,058	0,057	103
25	0,111	0,102	0,052	0,052	0,051	92
20	0,101	0,080	0,048	0,046	0,046	83
15	0,092	0,056	0,044	0,042	0,041	74
10	0,088	0,021	0,041	0,033	0,033	59

Z měření vyplývá, že chyba intenzity svazku je 8% tato chyba je téměř o řád větší, nežli ostatní chyby, když vezmu v úvahu ostatní chyby nevyšplhá se chyba přes 9% vezmu tedy tuto hodnotu jako standardní chybu u všech hodnot.

Hodnoty z předešlé tabulky a jejich fit vzorcem (1) jsou zobrazeny v **tabulce grafů č.1**.

Fity vzorcem (1) dávají pro látku s indexem lomu 1805 následující hodnoty indexu lomu:

1.91719 +/- 0.009931 ...1.měření

1.86999 +/- 0.007491 ...2.měření

1.8196 +/- 0.01064 ...3.měření

Jejich aritmetickým průměrem získáme index lomu  $N_{1805}^{\pm} = (1,87 \pm 0,07)$  s rel. chybou 3,7%

a pro látku s indexem lomu 1509:

1.5193 +/- 0.004026 ...1.měření

1.51587 +/- 0.006648 ...2.měření

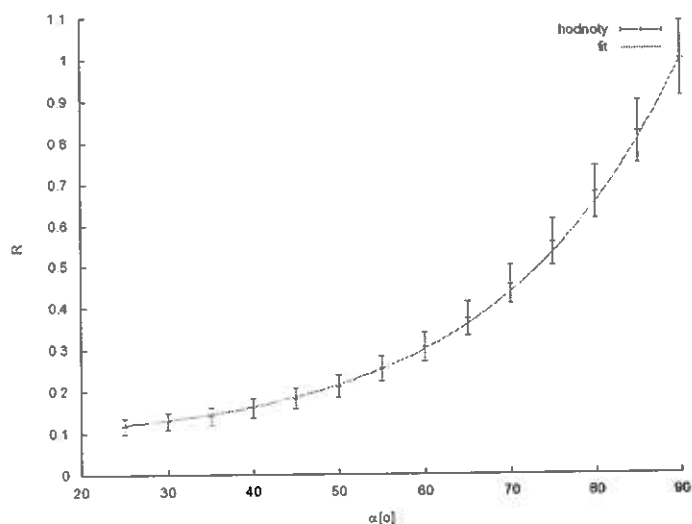
1.50466 +/- 0.005369 ...3.měření

Jejich aritmetickým průměrem získáme index lomu  $N_{1509}^{\pm} = (1,51 \pm 0,02)$  s rel. chybou 1,3%

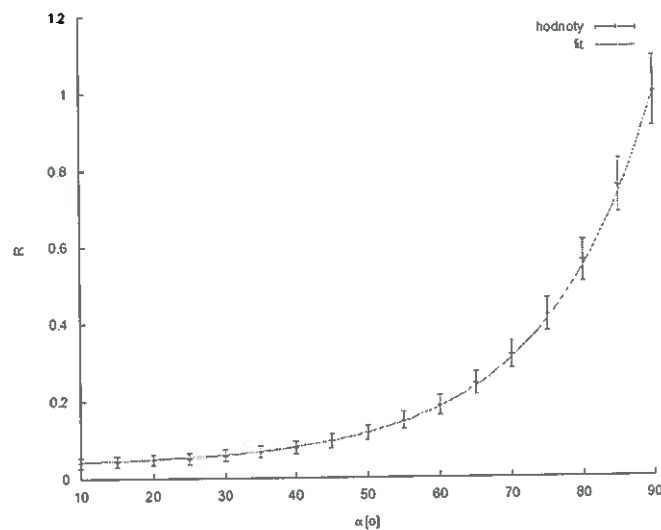
## Tabulka grafů č.1: Intenzita světla rovina kolmá na rovinu dopadu

$n = 1,805$

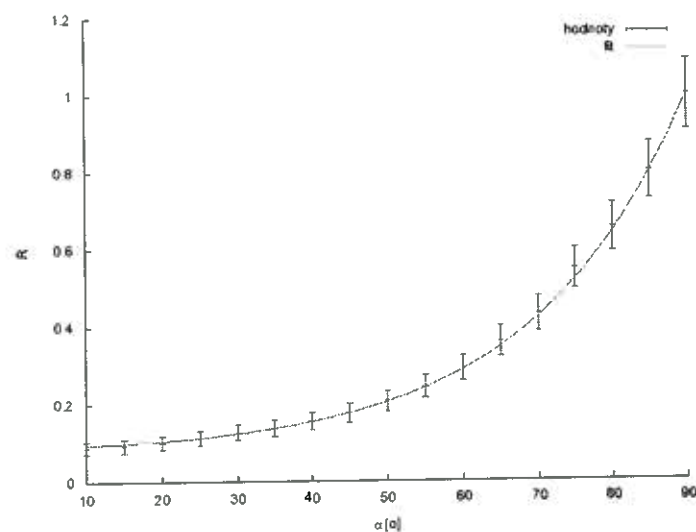
$n = 1,509$



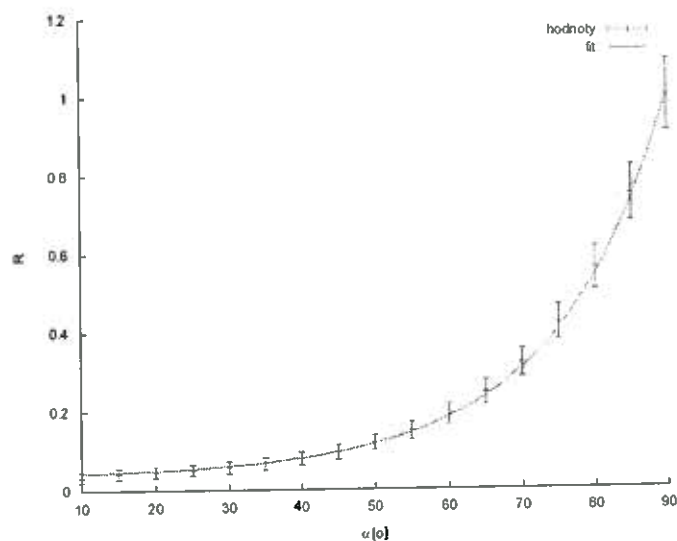
1. měření



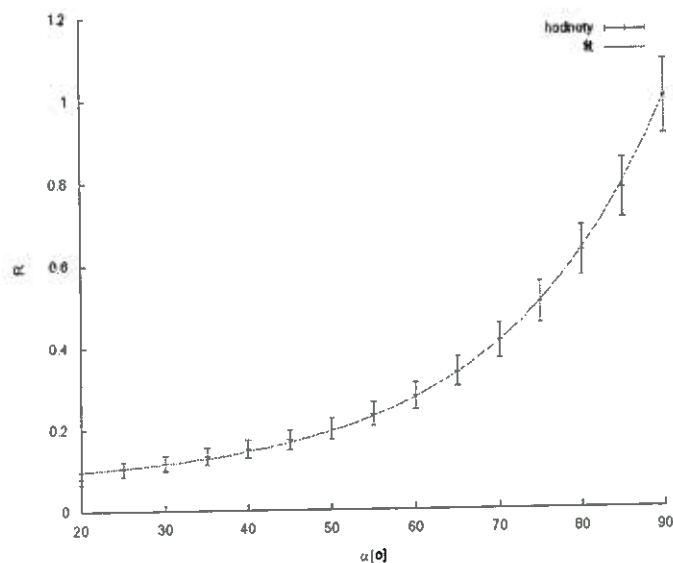
1. měření



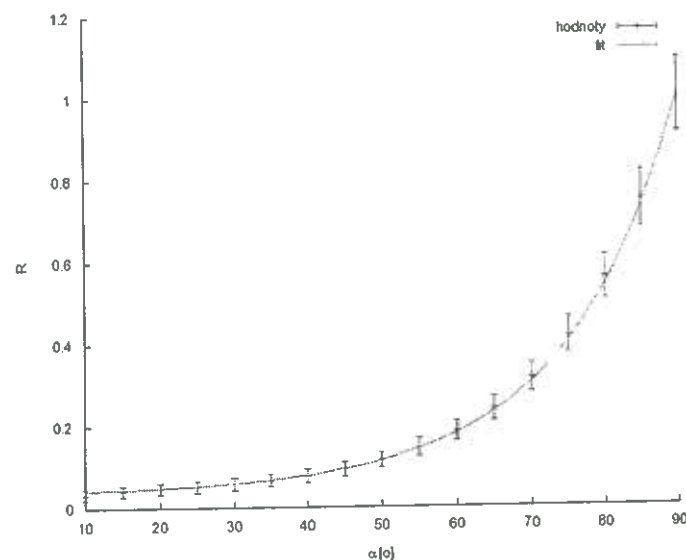
2. měření



2. měření



3. měření



3. měření

V *tabulce č.2* jsou zapsány pro polarizaci světla rovnoběžnou s rovinou dopadu.

**Tabulka č.2: Intenzita - rovina rovnoběžná s rovinou dopadu**

$\alpha$ [°]	N=1,805	N=1,805	N=1,805	N=1,509	N=1,509	N=1,509
90	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
85	0,5078	0,4829	0,4821	0,5008	0,5141	0,5146
80	0,1978	0,2241	0,2130	0,2504	0,2569	0,2580
75	0,1007	0,0882	0,0981	0,1155	0,1183	0,1192
70	0,0362	0,0344	0,0340	0,0487	0,0499	0,0505
65	0,0109	0,0101	0,0102	0,0169	0,0172	0,0179
65	0,0115	0,0104	0,0099	0,0048	0,0045	0,0053
64	0,0090	0,0081	0,0085	0,0039	0,0039	0,0045
63	0,0078	0,0069	0,0074	0,0037	0,0037	0,0039
62	0,0069	0,0061	0,0065	0,0037	0,0037	0,0036
61	0,0066	0,0058	0,0065	0,0037	0,0037	0,0036
60	0,0066	0,0061	0,0065	0,0037	0,0037	0,0036
60	0,0066	0,0061	0,0062	0,0048	0,0048	0,0053
59	0,0072	0,0067	0,0071	0,0037	0,0037	0,0039
58	0,0081	0,0075	0,0079	0,0037	0,0039	0,0039
57	0,0090	0,0087	0,0094	0,0039	0,0039	0,0042
56	0,0106	0,0101	0,0105	0,0042	0,0042	0,0045
55	0,0121	0,0116	0,0122	0,0048	0,0045	0,0050
55	0,0115	0,0113	0,0116	0,0037	0,0037	0,0036
50	0,0217	0,0208	0,0213	0,0048	0,0048	0,0050
45	0,0326	0,0321	0,0329	0,0104	0,0093	0,0093
40	0,0446	0,0437	0,0445	0,0149	0,0152	0,0151
35	0,0561	0,0544	0,0550	0,0206	0,0211	0,0208
30	0,0663	0,0636	0,0638	0,0259	0,0262	0,0258
25	0,0724	0,0703	0,0698	0,0301	0,0307	0,0303
20	0,0796	0,0787	0,0683	0,0338	0,0349	0,0339
15	0,0905	0,0659	0,0610	0,0366	0,0375	0,0370
10	0,0688	0,0535	0,0576	0,0383	0,0403	0,04

Hodnoty z předešlé tabulky a jejich fit vzorcem (2) jsou zobrazeny v *tabulce grafů č.2*.

Fity vzorcem (2) nám dávají hodnoty indexu lomu pro látku s indexem lomu 1809:

1.86503 +/- 0.02497 ...1.měření

1.78985 +/- 0.0251 ...2.měření

1.78356 +/- 0.025 ...3.měření

Jejich aritmetickým průměrem získáme index lomu  $N_{1809}^{\parallel} = (1,81 \pm 0,06)$

pro látku s indexem lomu 1509:

1.50383 +/- 0.01403 ...1.měření

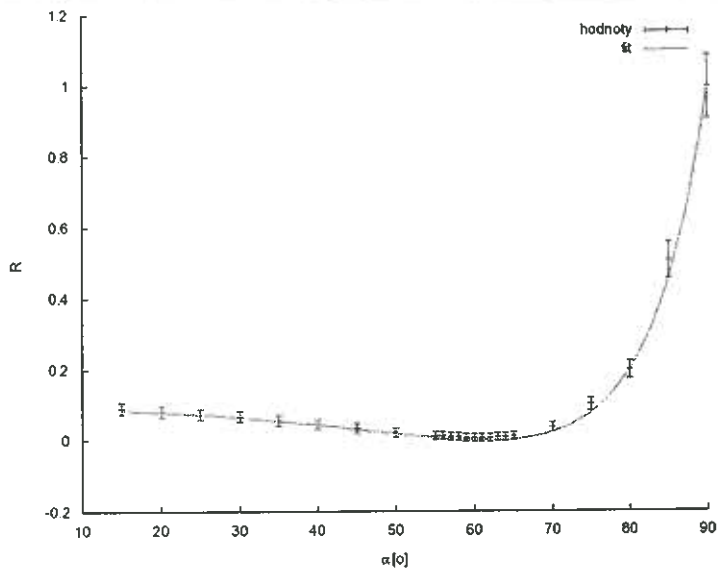
1.50766 +/- 0.01549 ...2.měření

1.50083 +/- 0.01581 ...3.měření

Jejich aritmetickým průměrem získáme index lomu  $N_{1509}^{\parallel} = (1,504 \pm 0,005)$

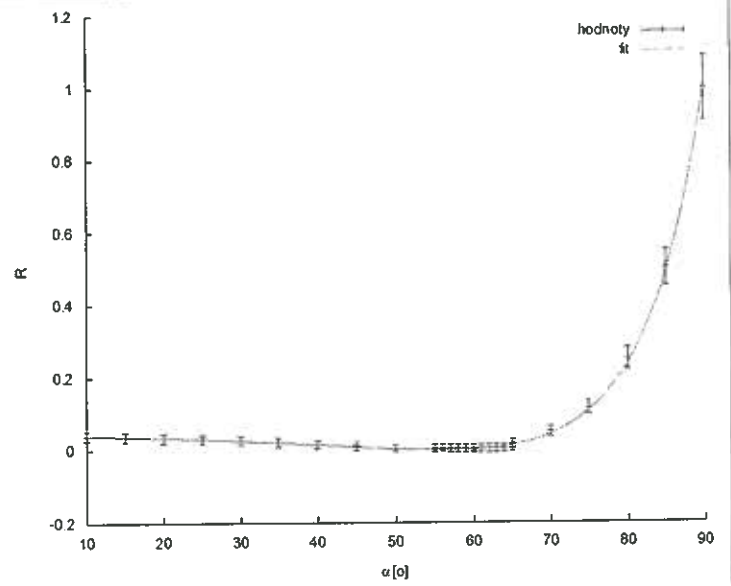
**Tabulka Grafů č.2: rovina rovnoběžná s rovinou dopadu**

n = 1805

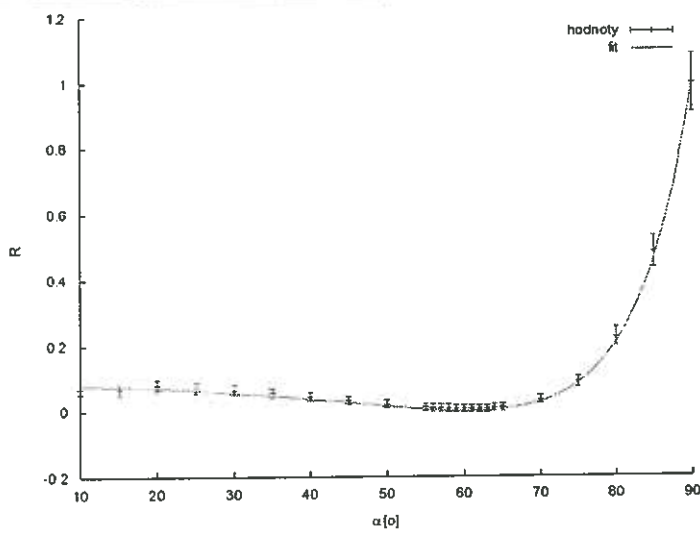


1. měření

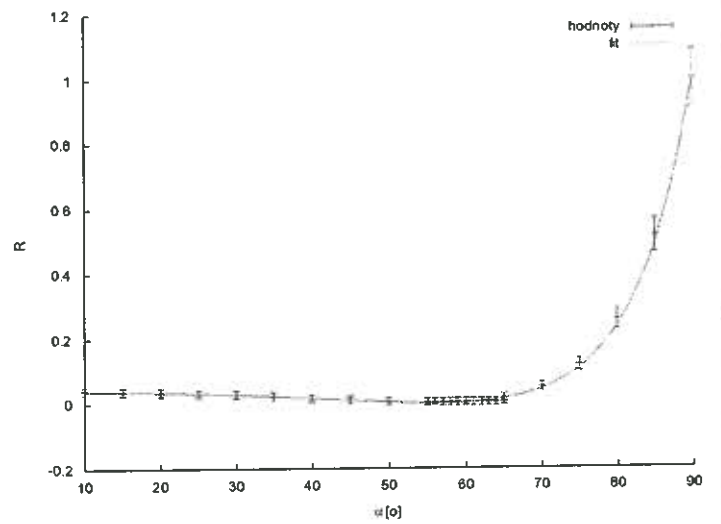
n = 1509



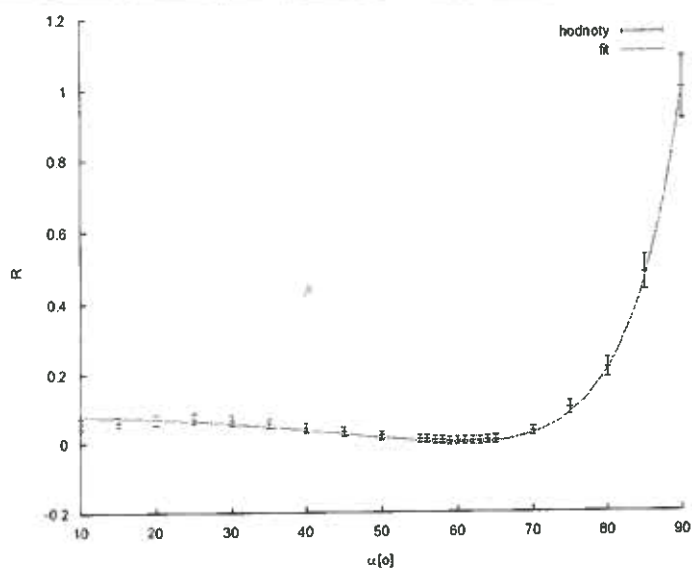
1. měření



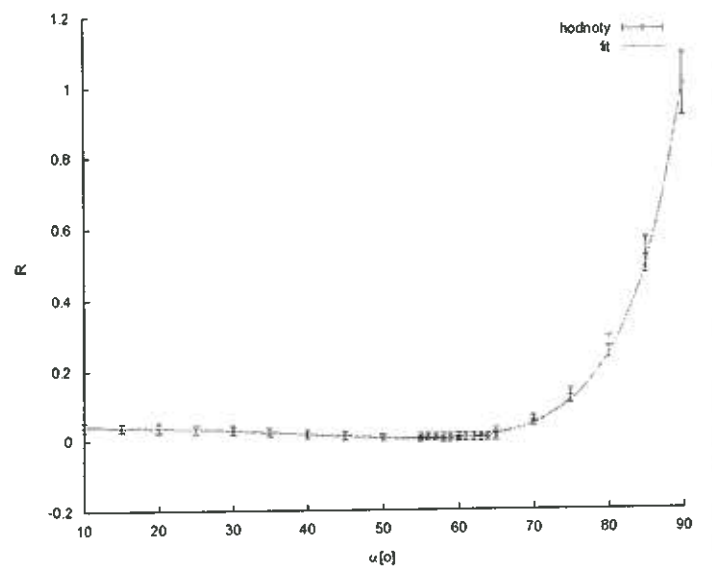
2. měření



2. měření



3. měření



3. měření



## 4. Diskuse

### 4.1 Snadný průchod polarizátorem

Snadný směr průchodu světla polarizátorem jsme zjistili s přesností  $2^\circ$  a s touto přesností jsme také ověřili polarizaci laseru. Metodu zjišťování tohoto směru pomocí Brewsterova úhlu sledujeme dostatečně přesnou i v našem případě, kdy jsme měli k dispozici pouze rovnou desku stolu přičemž lampičku a polarizátor jsme museli držet v ruce. Měřili jsme pomocí sklička s indexem lomu 1805, ve kterém při Brewsterově úhlu byl stále vidět odraz lampy, ale tmavý a v barvě do fialova, snažili jsme se tedy najít úhel pro nějž byla vidět nejmenší intenzita světla.

### 4.2 Měření intenzity

Měli jsme problémy s goniometrem. Dozorčímu v praktiku nešel zapnout, tak zkusil všechno možné a tím goniometr dekalibroval. Následně se mu podařilo ho převést do stavu, kdy goniometr měřil, ale byl problém s měřením při téměř nulovém úhlu dopadu, kdy paprsek ujížděl mimo diodu. Tímto vysvětlují naši větší chybu indexu lomu. Báli jsme se z tohoto důvodu větší systematické chyby, ta ale nebyla tak velká, aby výrazně ovlivnila výsledky měření. Tuto systematickou chybu jsme značně eliminovali různým uchycením sklička do goniometru.

Při měření intenzity zhruba kolem hodnoty  $70^\circ$  jsme zaznamenali nárůst intenzity světla u vzorku s  $n = 1805$  při kolmé polarizaci, což je zřejmě způsobeno konstruktivní interferencí. Tyto hodnoty jsme měřili naměřením nepatrně sousedních hodnot a jejich aritmetickým průměrem.

### 4.3 Srovnání naměřených intenzit s teoretickou závislostí

Teoretická závislost při vynechání odlehklých bodů (úhly blízké nule, způsobeno goniometrem) protla všechny errorbary, tímto sledávám shodu naměřených intenzit s teorií velmi přesnou. Je vidět, že většinou jsou errorbary zbytečně větší, to je způsobeno tím, že největší chyba je chyba intenzity laseru, která ale kolísala v dlouhých intervalech.

### 4.4 Indexy lomu

Mnou spočítané indexy lomu z Fresnelových vzorců jsou v rámci chyb shodné s těmi, které byly na vzorcích napsány. Relativní chyba se nevyšplhala nad 4%, což sledávám jako průměrně přesné měření. Tato chyba je dvakrát menší než mnou naměřené kolísání intenzity laseru.

## 5. Závěr

Nalezli jsme směr snadného průchodu polarizátoru s výsledkem  $\phi = (55 \pm 2)^\circ$ , dle tohoto výsledku jsme ověřili směr polarizace laseru, který byl polarizován kolmo k vodorovné rovině.

Na vzorcích s indexem lomu  $N = (1805 \pm 1)$  a  $N = (1509 \pm 1)$  jsme prověřili závislost intenzity odraženého světla na úhlu dopadu pro polarizaci kolmou k úhlu dopadu *tabulka č.1* a pro polarizaci vodorovnou s rovinou dopadu viz *tabulka č.2*.

Naměřené výsledky jsme graficky porovnali s teoretickým průběhem závislostí viz *tabulka grafů č.1,2*.

Z lineární regrese jsme určili indexy lomů měřených vzorků a to z polarizace kolmé k rovině dopadu  $N_{1805}^\perp = (1,87 \pm 0,07)$  s relativní chybou 3,7%,  $N_{1509}^\perp = (1,51 \pm 0,02)$  s relativní chybou 1,3% a z měření polarizace vodorovné k rovině dopadu  $N_{1805}^\parallel = (1,81 \pm 0,06)$  s relativní chybou 3,3%,  $N_{1509}^\parallel = (1,504 \pm 0,005)$  s relativní chybou 0,33%.

## 6. Literatura

[1] <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>, Studijní texty k Fyzikálnímu praktiku

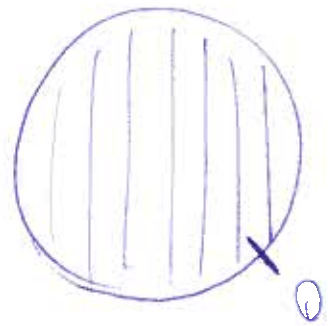
	n=1,805	n=1,805	n=1,805	n=1,509	n=1,509	n=1,509	n=1,805	n=1,805	n=1,805	n=1,805	n=1,509	n=1,509	n=1,509
0	1965	1870	1790	1777	1795	1800	1658	1729	1763	1778	1825	1835	
5	1620	1500	1394	1342	1347	1345	842	1670	1700	889	912	920	
10	1330	1226	1125	995	1005	1000	328	775	751	410	420	425	
15	1094	1026	902	744	754	745	167	305	346	173	177	180	
20	895	807	735	564	572	561	60	119	120	60	61	64	
25	732	675	602	430	439	425	18	35	36	17	17	19	
30	599	542	496	331	338	327	11	21	22	13	13	13	
35	497	453	417	261	265	258	19	39	41	13	13	13	
40	417	385	355	208	211	205	36	72	75	17	17	18	
45	357	330	306	169	170	166	54	111	116	37	33	33	
50	314	289	269	141	141	139	74	151	157	53	54	54	
55	276	258	237	120	121	118	93	188	194	73	75	74	
60	253	235	209	104	105	103	110	220	225	92	93	92	
65	229	208	182	93	93	92	120	243	246	107	109	108	
70	183	188	144	85	83	83	132	272	241	120	124	121	
75	126	172	100	78	75	74	150	228	215	130	133	132	
80	53	165	38	73	59	59	114	185	203	136	143	138	

err  
0,01 20 u 0

VIEL KRATZHAHL  
11.3.2011  
5 hodi

	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b
25	38	36	35	30	17	16	19					
26	30	28	30	31	14	14	16					
27	26	24	26	32	13	13	14					
28	23	21	23	33	13	13	13					
29	22	20	23	34	13	13	13					
30	22	21	23	35	13	13	13					
31	24	23	25	36	13	13	14					
32	27	26	28	37	13	14	14					
33	30	30	33	38	14	14	15					
34	35	35	37	39	15	15	16					
35	40	40	43	40	17	16	18					





103	087
110	100
115	114
120	123
125	141
130	167
135	200
140	245
145	300
150	362
155	480
160	619
165	822
170	1096
175	1430
180	1950

$$55 + 90 = 145$$

1950 / 100 = 19.5%  
 1950 / 100 = 19.5%  
 1950 / 100 = 19.5%

	n=1,509	n=1,509
	1960	1960
	1416	1530
	1120	1156
	846	877
	639	659
	489	499
	379	383
	299	300
	240	238
	196	192
	164	160
	139	137
	121	121
	107	110
	97	101
	85	92
		67
err	20	20
1stufen		